Plan i dag

1. Forstå teoremet om eksistens og unikhet av løsninger for differensialligninger av første orden.
2. Forstå hvordan beviset av dette teoremet er knyttet til uniform konvergens.
   - For interesserte lesere finnes et notat på norsk med detaljene.
3. Lære hvordan vi finner tilnærminger til løsninger av førsteordens differensialligninger (selv om vi ikke kan løse ligningen!).

Merk: siste del av 18.2 (integrerende faktor og eksakte ligninger) og Runge-Kutta-metoden i 18.3 er ikke pensum.

Fra tirsdag

Vi vil løse

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = f(x,y) \\ y(x_0) = y_0. \end{cases} \tag{1}$$

Theorem (Eksistens og entydighet av løsning)

Anta at $f(x,y)$ og $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$ er definert og kontinuerlige på et rektangel R gitt ved $a \leq x \leq b$, $c \leq y \leq d$.

- ***Eksistens:*** *dersom (x_0, y_0) ligger i det indre av R finnes det en $\delta > 0$ og en løsning $y(x)$ av (1) definert på intervallet $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$.*
- ***Unikhet**: Dersom $\tilde{y}(x)$ er definert på $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ og $\tilde{y}(x)$ løser (1), så må $y(x) = \tilde{y}(x)$.*