MA1102

2nd ordens differensiallikninger

Eduard Ortega og Magnus Landstad

Department of Mathematical sciences, NTNU

uke 13

Homogene likninger

Theorem

Anta y_1 *og* y_2 *er løsninger av den homogene likningen*

$$y'' + py' + qy = 0.$$

Da er også $y = C_1 y_1 + C_2 y_2$ *en løsning for alle* $C_1, C_2 \in \mathbf{R}$

Karakteristisk likning

Definition

Gitt likningen

$$y'' + py' + qy = 0.$$

Den karakteristiske likningen er

$$r^2 + pr + q = 0.$$

To reelle røtter

Theorem

Gitt likningen

$$y'' + py' + qy = 0. \tag{1}$$

Hvis den karakteristiske likningen

$$r^2 + pr + q = 0 \tag{2}$$

har to reelle røtter r_1 *og* r_2, *dvs*

$$r^2 + pr + q = (r - r_1)(r - r_2), \tag{3}$$

er den generelle løsningen av (1)

$$y(x) = C_1 \exp(r_1 x) + C_2 \exp(r_2 x). \tag{4}$$

En reell rot

Theorem

Gitt likningen

$$y'' + py' + qy = 0. \tag{5}$$

Hvis den karakteristiske likningen

$$r^2 + pr + q = 0 \tag{6}$$

har en reell rot r_1, dvs

$$r^2 + pr + q = (r - r_1)^2, \tag{7}$$

er den generelle løsningen av (5)

$$y(x) = (C_1 + C_2 x) \exp(r_1 x). \tag{8}$$

To komplekse røtter

Theorem

Gitt likningen

$$y'' + py' + qy = 0. \tag{9}$$

Hvis den karakteristiske likningen

$$r^2 + pr + q = 0 \tag{10}$$

har to komplekse røtter $r_1 = a + ib$ *og* $r_2 = a - ib$, *er den generelle løsningen av (9)*

$$y(x) = \exp(ax)(C_1 \cos bx + C_2 \sin bx). \tag{11}$$