

MA1102

Regning med potensrekker

Eduard Ortega og Magnus Landstad

Department of Mathematical sciences, NTNU

uke 11-12

Theorem

Anta potensrekke

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-a)^n$$

har konvergenradius $r > 0$. Da har rekke

$$g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1} (x-a)^{n+1}$$

også konvergenradius r og

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt.$$

Theorem

Anta potensrekka

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - a)^n$$

har konvergenradius $r > 0$. Da har rekka

$$h(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n(x - a)^{n-1}$$

også konvergenradius r og

$$h(x) = f'(x).$$

Theorem

Anta potensrekka

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - a)^n$$

har konvergenradius $r > 0$. Da er dette Taylor-rekka til f , det vil si

$$a_n = \frac{f^{(n)}(a)}{n!}.$$

Theorem

For alle reelle tall α og $x \in (-1, 1)$ er

$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n.$$

Hvis α er et naturlig tall, er summen endelig.

For å bruke potensrekker til å løse differensiallikninger trenger vi å endre uttrykket i summen, feks:

$$\sum_{n=1}^{\infty} na_n x^{n-1} = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)a_{n+1} x^n.$$