MA1102

Regning med potensrekker

Eduard Ortega og Magnus Landstad

Department of Mathematical sciences, NTNU

uke 11-12

Integrasjon av potensrekker

Theorem

Anta potensrekka

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$$

har konvergensradius $r > 0$. *Da har rekka*

$$g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1} (x-a)^{n+1}$$

også konvergensradius r *og*

$$g(x) = \int_a^x f(t)\, dt.$$

Derivasjon av potensrekker

Theorem

Anta potensrekka

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$$

har konvergensradius $r > 0$. *Da har rekka*

$$h(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n (x-a)^{n-1}$$

også konvergensradius r *og*

$$h(x) = f'(x).$$

Taylor-rekker

Theorem

Anta potensrekka

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$$

har konvergensradius $r > 0$*. Da er dette Taylor-rekka til* f*, det vil si*

$$a_n = \frac{f^{(n)}(a)}{n!}.$$

Binomiske rekker

Theorem

For alle reelle tall α og $x \in (-1, 1)$ er

$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n.$$

Hvis α er et naturlig tall, er summen endelig.

For å bruke potensrekker til å løse differensiallikninger trenger vi å endre uttrykket i summen, feks:

$$\sum_{n=1}^{\infty} na_n x^{n-1} = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)a_{n+1}x^n.$$