NTNU
Kunnskap for en bedre verden

MA1102

Regning med potensrekker

Eduard Ortega og Magnus Landstad
Department of Mathematical sciences, NTNU
uke 11-12

Integrasjon av potensrekker

Theorem

Anta potensrekka

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$$

har konvergensradius $r > 0$. Da har rekka

$$g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1} (x-a)^{n+1}$$

også konvergensradius r og

$$g(x) = \int_a^x f(t)\, dt.$$

Derivasjon av potensrekker

Theorem

Anta potensrekka

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$$

har konvergensradius $r > 0$. Da har rekka

$$h(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n (x-a)^{n-1}$$

også konvergensradius r og

$$h(x) = f'(x).$$

Taylor-rekker

Theorem

Anta potensrekka

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$$

har konvergensradius $r > 0$. Da er dette Taylor-rekka til f, det vil si

$$a_n = \frac{f^{(n)}(a)}{n!}.$$

Binomiske rekker

Theorem

For alle reelle tall α og $x \in (-1, 1)$ er

$$(1 + x)^{\alpha} = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n.$$

Hvis α er et naturlig tall, er summen endelig.

Potensrekker og differensiallikninger

For å bruke potensrekker til å læse differensiallikninger trenger vi å endre uttrykket i summen, feks:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1} = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) a_{n+1} x^n.$$