MA1102 Analyse II
Vår 2016

Løsningsforslag — Øving 11

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

8.7:7 Skal bruke Simpsons metode til å beregne $\int_0^1 e^{-x^2}\,dx$ med en nøyaktighet bedre enn 10^{-4}. Etter litt enkel regning får vi at

$$f^{(4)}(x) = (16x^4 - 48x^2 + 12)e^{-x^2}. \tag{1}$$

Når $x \in [0,1]$ er $e^{-x^2} \leq 1$ og det er lett å se at $(16x^4 - 48x^2 + 12) < 36$ (dette kan enkelt forbedres, men dette er tilstrekkelig bra). Da er feilen vi gjør når vi bruker Simpsons formel mindre enn 10^{-4} når

$$\begin{aligned} \frac{36}{2880n^4} &< 10^{-4} \\ \frac{360000}{2880} &< n^4 \\ 3,34 &< n. \end{aligned}$$

Velger vi $n = 4$ får vi god nok nøyaktighet.

3.1:5 **a)** Skal løse likningen $2iz = 3 + 4i$. Ganger med $-\frac{1}{2}i$ på begge sider:

$$z = -(3+4i)\frac{1}{2}i = 2 - \frac{3}{2}i. \tag{2}$$

d) Skal løse likningen

$$\frac{3-4i}{z} = \frac{2+3i}{z-i}. \tag{3}$$

Ganger med $z(z-i)$ på begge sider og får:

$$\begin{aligned} (z-i)(3-4i) &= z(2+3i) \\ 3z - 4iz - 3i - 4 &= 2z + 3iz \\ z(1-7i) &= 4+3i \\ z &= \frac{4+3i}{1-7i} \\ z &= \frac{(4+3i)(1+7i)}{50} = \frac{-17+31i}{50}. \end{aligned}$$

3.1:10 Hvis $z = a + bi$ og $w = c + di$ er

$$z + w = (a+c) + (b+d)i, \tag{4}$$

hvilket er reelt hvis og bare hvis $d = -b$. Da er

$$zw = (a+bi)(c-bi) = (ac+b^2) + (c-a)bi, \tag{5}$$

hvilket er reelt hvis og bare hvis $(c-a)b = 0$, altså hvis og bare hvis $c = a$ og/eller $b = 0$. Hvis $b = 0$ er både z og w relle, og hvis $a = c$ er de konjugerte av hverandre.

$\boxed{4}$