Numeriske metoder

- Newtons metode: $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$.
- Simpsons metode: $\int_a^b f(x)\,dx \approx S_n := \frac{h}{3}\Big[f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + \ldots + 2f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n\Big]$ der $f_i = f(x_i)$. Husk: n må være et partall.

  Hvis f er fjerderivert på $[a, b]$, så har vi

  $$|\int_a^b f(x)\,dx - S_n| = \frac{(b-a)^5}{180n^4} f^{(4)}(c) \qquad \text{hvor } c \in [a, b]$$

- Eulers metode: $y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$
- Eulers midtpunktsmetode: $y_n = y_{n-1} + hf(x'_{n-1}, y'_{n-1})$
  der $(x'_{n-1}, y'_{n-1}) = (x_{n-1} + \frac{h}{2}, y_{n-1} + \frac{h}{2} f(x_{n-1}, y_{n-1}))$.
- Runge–Kuttas metode:
  $\mathbf{m}_1 = \mathbf{f}(x_n, y_n)$, $\qquad \mathbf{m}_2 = \mathbf{f}(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}\mathbf{m}_1)$,
  $\mathbf{m}_3 = \mathbf{f}(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}\mathbf{m}_2)$, $\qquad \mathbf{m}_4 = \mathbf{f}(x_n + h, y_n + \frac{h}{2}\mathbf{m}_3)$,
  $\mathbf{y}_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(\mathbf{m}_1 + 2\mathbf{m}_2 + 2\mathbf{m}_3 + \mathbf{m}_4)$.

Taylorrekker

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n \qquad \sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} \qquad \cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$$

Taylors formel med restledd

$$f(x) = T_n f(x) + \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$$

der c er et tall i det åpne intervallet mellom a og x.

Kjeglesnitt

Ligning for kjeglesnitt med eksentresitet $\varepsilon \neq 1$ (dvs. ellipse eller hyperbel), *styrelinje* $x = L$ og *brennpunkt* i $(B, 0)$ (med $B > L$):

$$y^2 = (\varepsilon^2 - 1)((x - \bar{x})^2 - a^2)\,,$$

der $\bar{x} = \frac{B - \varepsilon^2 L}{1 - \varepsilon^2}$ er *sentrum* i kjeglesnitt og $a^2 = (\frac{\varepsilon(B-L)}{1-\varepsilon^2})^2$.

For $\varepsilon = 1$ (parabel) har vi

$$y^2 = 2(B - L)x + L^2 - B^2\,.$$