Formelark

Eulers formel

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

Taylorrekker

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} x^k \qquad \sin x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} x^{2k+1} \qquad \cos x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)!} x^{2k}$$

Taylors formel med restledd

$$\begin{aligned} f(x) &= T_n f(x) + \frac{1}{n!} \int_a^x f^{(n+1)}(t)(x-t)^n \, dt \\ &= T_n f(x) + \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} (x-a)^{n+1} \end{aligned}$$

der c er et tall i det åpne intervallet mellom a og x.

Generalisert binomialkoeffisient (r: et reelt tall, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$)

$$\binom{r}{k} = \frac{r(r-1)(r-2)\cdots(r-k+1)}{k!}$$

Trapesmetoden Hvis f har kontinuerlig andrederivert på $[a, b]$ og $|f''(x)| \leq K$ der, så har vi:

$$\left| \int_a^b f(x)\, dx - T_n \right| \leq \frac{K(b-a)}{12} h^2 = \frac{K(b-a)^3}{12n^2}$$

der n er antall delintervall og h er lengden på disse.

Simpsons metode Hvis f har kontinuerlig fjerdederivert på $[a, b]$ og $|f^{(4)}(x)| \leq K$ der, så har vi

$$\left| \int_a^b f(x)\, dx - S_n \right| \leq \frac{K(b-a)}{2880} h^4 = \frac{K(b-a)^5}{2880n^4}$$

der n er antall delintervall (må være et partall) og h er lengden på disse.

(forts. neste side)

Numerisk løsning av initialverdiproblemet $y'(x) = f(x, y(x))$, $y(x_0) = y_0$.

- **Eulers metode** $x_n = x_0 + nh \qquad y_n = y_{n-1} + f(x_{n-1}, y_{n-1})h.$
- **Eulers midtpunktmetode** $x_n = x_0 + nh \qquad y_n = y_{n-1} + f(x'_{n-1}, y'_{n-1})h$ der $(x'_{n-1}, y'_{n-1}) = (x_{n-1} + h/2, y_{n-1} + f(x_{n-1}, y_{n-1})h/2)$.

Kjeglesnitt Ligning for kjeglesnitt med eksentrisitet $\epsilon \neq 1$ (dvs. ellipse eller hyperbel), styrelinje $x = L$ og brennpunkt i $(B, 0)$ (med $B > L$):

$$y^2 = (\epsilon^2 - 1)\left((x - \overline{x})^2 - a^2\right),$$

der $\overline{x} = \frac{B - \epsilon^2 L}{1 - \epsilon^2}$ = sentrum i kjeglesnittet og $a^2 = \left(\frac{\epsilon(B-L)}{1-\epsilon^2}\right)^2$.
For $\epsilon = 1$ (parabel) har vi

$$y^2 = 2(B - L)x + L^2 - B^2.$$