



Faglig kontakt: Heidi Dahl  
Telefon: 735 98141

Midtsemesterprøve i fag MA1101 Grunnkurs i analyse 1  
Bokmål  
Fredag 10. oktober 2008  
Kl. 08.15-10.00

Hjelpemiddel: Kalkulator HP30S eller Citizen SR-270X  
Alle svar skal begrunnes. Lykke til!

Sensur faller 24. oktober 2008

### Oppgave 1

- a) Skriv opp skviseteoremet (The Squeeze Theorem).
- b) Gitt to funksjoner  $f(x)$  og  $g(x)$  som begge er definert på intervallet  $[-1, 1]$ . Anta at ulikheten  $|f(x)| \leq g(x)$  holder for alle  $x \in [-1, 1]$ . Hva kan du si om grenseverdien  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  dersom

(i)

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0?$$

(ii)

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 2?$$

**Oppgave 2** Funksjonen  $f$  er definert ved

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{for } x > 0 \\ -\frac{1}{x} & \text{for } x < 0 \end{cases}$$

- a) Finn  $f'(x)$  for  $x \neq 0$  og avgjør hvor  $f$  er voksende og avtagende.
- b) Finn alle verdier av  $x$  slik at  $f(x) = 4$ . Avgjør om  $f$  har en inversfunksjon.
- c) Et resultat sier:

*Anta at  $g$  er en deriverbar funksjon på et intervall  $(a, b)$  og at  $g'(x) > 0$  for  $a < x < b$ . Da er  $g$  en-til-en på  $(a, b)$ , og har følgelig en inversfunksjon  $g^{-1}$ .*

Kommenter dette resultatet opp mot det du fant ut i oppgave a) og b).

### Oppgave 3

- a) Beregn grenseverdiene

(i)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - 3x}$$

(ii)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

- b) Løs ulikheten

$$\frac{3}{x-1} < \frac{2}{x+1}$$

- c) Bruk definisjonen av den deriverte til å vise at

$$\frac{d}{dx}(3x^2 + 8) = 6x$$

- d) Vis at kurven gitt ved likningen  $x^3 + y^3 = xy - 1$  ikke har noen horisontale tangenter.