

TILLEGG LF Eksamen 20.12.16

Oppg 2b Differensialligningen er både lineær og separabel.
Pensum i 2013 omfattet ikke separable diff. ligninger.
La oss nå løse den som en separabel ligning:

$$\underline{y \neq 0}; \quad \int \frac{dy}{y} = - \int \frac{2 dx}{2 + e^x} \quad (*)$$

$$\int \frac{2 dx}{2 + e^x} = \int \frac{2}{u(2+u)} du = \ln \left| \frac{u}{u+2} \right| + C$$

$$\begin{aligned} u &= e^x \\ du &= e^x dx \end{aligned}$$

a)

(*) blir nå

$$\ln |y| = - \ln \left| \frac{u}{u+2} \right| + C = \ln \left| \frac{u+2}{u} \right| + C = \ln \frac{e^x + 2}{e^x} + C$$

slik at $|y| = e^C (1 + 2e^{-x})$ eller $y = \pm e^C (1 + 2e^{-x})$

Generell løsning: $y = K(1 + 2e^{-x})$ der $K \in \mathbb{R}$ ($K=0 \Rightarrow y=0$)

Videre $\underline{1} = \lim_{x \rightarrow \infty} y = \underline{K}$

$y(x) = 1 + 2e^{-x}$ oppfyller alle kravene!

Andre kommentarer

Oppg 1: Observer at $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2 - 1}$. Kan være nyttig.

Aksesystemet mangler i figuren!

Oppg 2

Integrerende faktor $e^{\int \mu(x) dx}$; vi ville bruket $e^{\int f(x) dx}$ som i Kalkulus.

Oppg 4: Flere måter å løse oppgaven på. (Svarene bør stemme $\ddot{)$ Tegn figur.

Oppg 5a Nokså knapt, Se LF Øving 9.

Oppg 7 Tegn figur!