NTNU

Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA1101/MA6101 Grunnkurs i analyse 1**

Faglig kontakt under eksamen: Are Austad

Tlf: 473 48 991

Eksamensdato: 6. desember 2017

Eksamenstid (fra–til): 09:00–13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: D: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

Annen informasjon:
Denne prøven består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Et formelark finnes vedlagt.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 1

Kontrollert av:

Dato Sign

Oppgave 1 To positive tall x og y tilfredsstiller ligningen $x + 2y = 4$. Hva er den største verdien produktet xy kan ha?

Oppgave 2 Vis at ligningen

$$2x - \sin x - 1 = 0$$

har nøyaktig én løsning og at denne løsningen ligger i intervallet $(1/2, 1)$.

Oppgave 3 Løs intitialverdiproblemet

$$y' + 2xy = e^{-x^2}, \quad y(0) = 1.$$

Oppgave 4 Beregn det ubestemte integralet

$$\int \frac{dx}{(1+x)(1+x^2)}.$$

Oppgave 5 Regn ut

$$\frac{d}{dx} \int_{x^2}^{1} e^{-t^2} dt.$$

Oppgave 6 Finn buelengden til grafen til funksjonen $y = \frac{2}{3}(x-1)^{3/2}$ mellom $x = 1$ og $x = 2$.

Oppgave 7 Bruk definisjonen av den deriverte til å vise at $f(x) = x$ har derivert $f'(x) = 1$. Vis deretter ved induksjon at

$$\frac{d}{dx} x^n = n x^{n-1}$$

for alle positive heltall n. Vink: Husk produktregelen $(uv)' = u'v + uv'$.

Oppgave 8 Beregn grenseverdien

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{n}{n^2 + i^2}.$$

Oppgave 9 La f være en funksjon som er kontinuerlig på $[1, 2]$ og har kontinuerlig derivert på $(1, 2)$. Anta at $f(1) = 1$ og at $1 \leq f'(x) \leq x$ for alle $x \in (1, 2)$. Vis at

$$x \leq f(x) \leq \frac{x^2 + 1}{2}$$

for alle $x \in (1, 2]$.

Oppgave 10 Anta at $x > -1$ og $r \geq 1$. Bruk sekantsetningen (middelverdisetningen) til å vise Bernoullis ulikhet:

$$(1 + x)^r \geq 1 + rx.$$

Vink: Det vil være hensiktsmessig å betrakte de to tilfellene $-1 < x < 0$ og $x > 0$ hver for seg.

Dette er en vedleggsside.