

MA1101 Grunnkurs i analyse 1

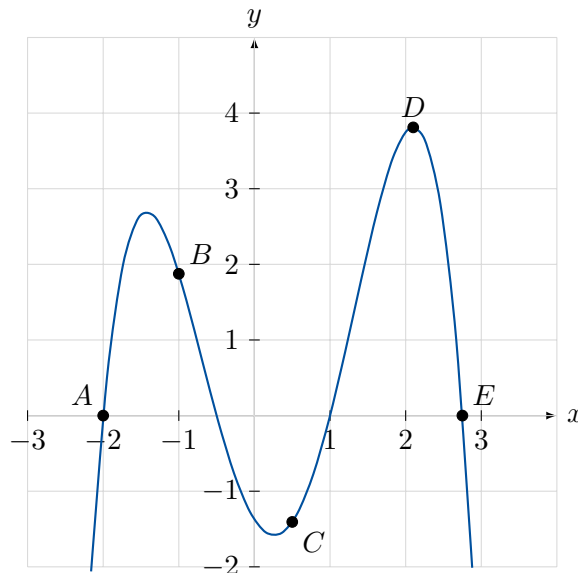
Øving 7
Høst 2023

Innleveringsfrist: Mandag 16. Oktober

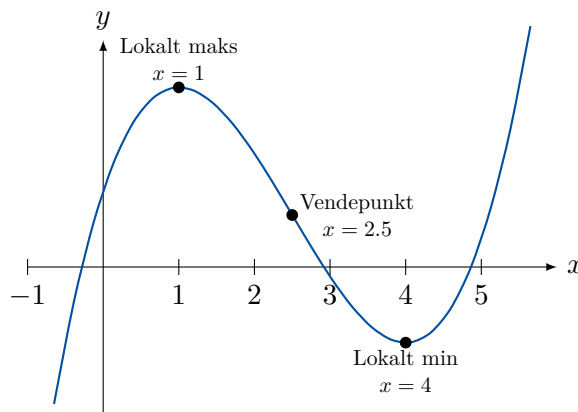
Lever øvingen i øvsys. Du velger selv om du leverer på norsk eller engelsk. Ved ønske om grundig retting, spesifiser oppgaver du ønsker det på i øvsys. Det viktigste er *hvordan* du løser oppgaven, ikke selve løsningen.

- 1 Grafen til en tre ganger deriverbar funksjon f er skissert under. Angi i hvilke av punktene A, B, C, D og E vi har at $f(x) > f'(x)$.

(Utfordring) Kan du avgjøre om $f'(x) > f''(x)$ i noen av disse punktene?



- 2 Grafen til en kontinuerlig funksjon f er skissert under. Du får oppgitt at både f' og f'' eksisterer og er kontinuerlige. Finn nullpunktene til f' og f'' , og angi fortegnene deres.



- 3 Klassifiser de kritiske punktene til funksjonen

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x(x^2 - 1)^2.$$

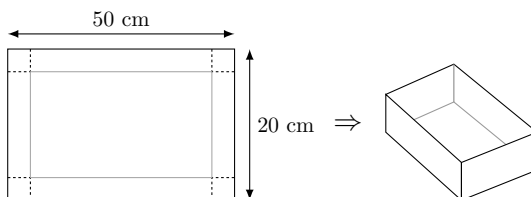
(Dvs. finn de kritiske punktene og avgjør om de er lokale/globalt topp-/bunnpunkt eller ikke.)

- 4 Skisser grafen til funksjonen

$$f: \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{x^3}{x^2 - 1}.$$

Lag en tabell med fortegnene til f' og f'' , og den tilhørende oppførselen til f . Beskriv asymptotene til f (Se [Kapittel 2.4](#) og [2.24](#) for bakgrunnskunnskap om asymptoter om nødvendig)

- 5 Vi har et stykke papp med målene 50 cm og 20 cm. Av dette skal vi kutte ut hjørnene og brette opp sidene for å forme en boks. Avgjør høyden på boksen som gir størst volum.



- 6 Regn ut

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + \ln(x) + 2x^3}{x^3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - x}{x^2 \sin(x)}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^8 + e^{-x}}{\sqrt{x^{16} + \sin(x)} + 2}$

- 7 Regn ut

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{\sin(bx)}$, for $a, b > 0$.

b) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$, gitt at f er to ganger deriverbar.

- 8 Finn de eventuelle asymptotene til

$$f(x) = 3x + 2 - \sqrt{|x^2 + x|}.$$

- 9 La $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ være en deriverbar funksjon. Anta f skjærer linjen $y = ax + b$ i tre punkter. Vis at det finnes minst to punkter x der $f'(x) = a$.
Hint: Se på $f(x) - ax - b$ og bruk Rolles teorem.