

## MA1101 Grunnkurs i analyse 1

## Øving 10

Høst 2023

**Innleveringsfrist:** Mandag 6. November

Lever øvingen i øvsys. Du velger selv om du leverer på norsk eller engelsk. Ved ønske om grundig retting, spesifiser oppgaver du ønsker det på i øvsys. Det viktigste er *hvordan* du løser oppgaven, ikke selve løsningen.

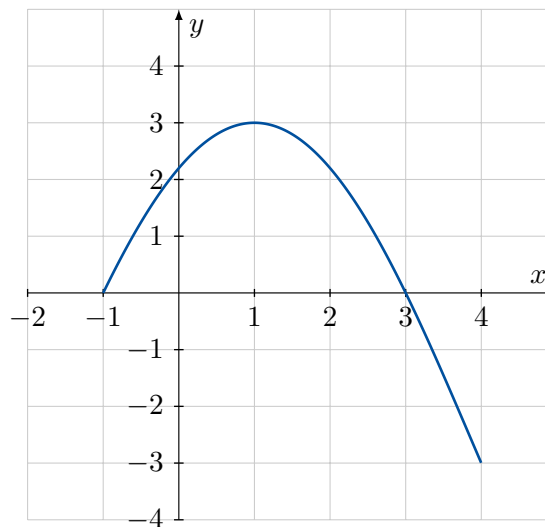
1 Oline har løst følgende integrasjonsoppgave

$$\int_1^a f(x) dx, \quad \text{der } a \geq 1,$$

og fått svaret  $a^3 - \ln(a) + 3a - 3$ .

- Forklar hvordan vi kan se at Olines svar ikke kan være riktig.
- Bestem  $f(x)$  dersom du får vite at det kun er konstantleddet  $(-3)$  som er feil.

2 Nedenfor har vi tegnet grafen til en funksjon  $f$  for  $x \in [-1, 4]$ .



Funksjonen  $g$  er gitt ved

$$g(x) = f'(x), \quad D_g = [-1, 4]$$

- Bruk grafen til å bestemme  $\int_{-1}^1 g(x) dx$ .
- Bestem  $a$  og  $b$  slik at

$$\int_a^b g(x) dx$$

blir minst mulig.

3) Evaluer integralene under.

$$\text{a) } \int_{-2}^2 (x+2) dx \qquad \text{b) } \int_1^2 \left( \frac{2}{x^3} - \frac{x^3}{2} \right) dx \qquad \text{c) } \int_{-4}^4 (e^x - e^{-x}) dx$$

4) Finn de følgende deriverte.

$$\text{a) } \frac{d}{dt} \int_t^3 \frac{\sin(s)}{s} ds$$

$$\text{b) } \frac{d}{dx} F(\sqrt{x}), \text{ hvis } F(t) = \int_0^t \cos(s^2) ds$$

5) Finn det følgende bestemte integralet av den kontinuerlige funksjonen

$$\int_0^{\frac{3\pi}{2}} |\cos(x)| dx.$$

6) La  $\Pi_n$  være en partisjon av det oppgitte intervallet  $[a, b]$  i  $n$  delintervaller av lik lengde  $\Delta_i = x_i - x_{i-1} = \frac{b-a}{n}$ . Evaluer nedre darboxsum  $L(f, \Pi_n)$  og øvre darboxsum  $U(f, \Pi_n)$  for den oppgitte funksjonen  $f$  og den angitte  $n$ .

a)  $f(x) = x$  på  $[a, b] = [0, 2]$ , med  $n = 8$ .

b)  $f(x) = e^x$  på  $[a, b] = [-2, 2]$ , med  $n = 4$ .

7) Uttrykk de oppgitte grensene som bestemte integral.

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \sqrt{\frac{i}{n}} \qquad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{2}{n} \ln \left( 1 + \frac{2i}{n} \right)$$

8) La

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{if } 1 < x \leq 2. \end{cases}$$

Vis at  $f$  er integrerbar på  $[0, 2]$  og finn verdien til  $\int_0^2 f(x) dx$  ved å bregne de øvre og nedre Darboxsummene.

9) Bruk middelverdisetningen for integraler til å beregne

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+p} \frac{\sin(x)}{x} dx, \quad p, n \text{ er naturlige tall.}$$

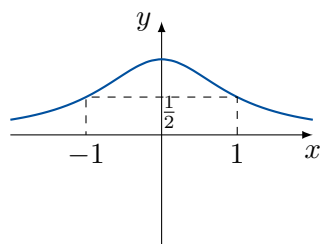
10) La  $f$  være en gitt funksjon. Figurene A), B) og C) nedenfor viser grafene til

(i)  $y = f(x)$

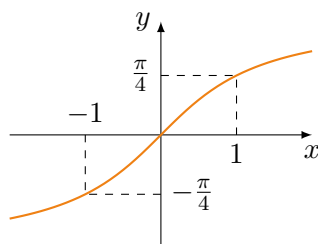
(ii)  $y = f'(x)$

(iii)  $y = \int_0^x f(t)dt$

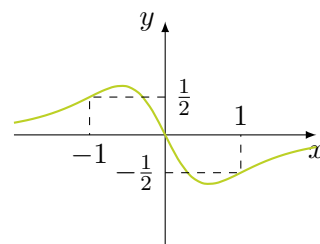
i en eller annen rekkefølge.



A)



B)



C)

Hvilken figur viser hvilken graf? Finn  $\int_{-1}^1 f(t) dt$ .