



Faglig kontakt: Heidi Dahl
Telefon: 91695300

Eksamen i fag MA1101/MA6101 Grunnkurs i analyse I
Bokmål
Mandag 07.juni 2010
Kl. 09.00-13.00
Sensur faller 28.06, 2010

Hjelpemidler: Kalkulator HP30S eller Citizen SR-270X
Vedlagte formelark for MA1101/MA6101
Alle svar skal begrunnes. Lykke til!

Oppgave 1 Gitt funksjonen $f(x) = \frac{\sqrt{x^3 - x^2 - 6x}}{x - 7}$.

- Bestem definisjonsmengden til f . Finn nullpunktene til f og avgjør hvor f er positiv og negativ.
- Utfør polynomdivisjonen $(x^3 - 21x^2 + 20x + 42) : (x + 1)$.
- Finn ekstremalpunktene til f og tegn en skisse av grafen.

Oppgave 2 Beregn grenseverdiene

(i)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(\sin x)$$

(ii)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x\sqrt{x}} \int_0^x (1 - e^{2\sqrt{t}}) dt$$

Oppgave 3

Avgjør om funksjonen $g(x) = |x^2 - 1|$ er deriverbar for $x = 1$.

Oppgave 4

a) Løs det ubestemte integralet

$$\int \frac{3x^2 + 2x}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)} dx$$

b) Finn den generelle løsningen av differensiallikningen

$$y' + \frac{6x + 2}{3x^2 + 2x} y = \frac{1}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)}$$

c) Finn den løsningen av differensiallikningen

$$e^x y' = \cos x$$

som går gjennom punktet $(0, 2)$.

Oppgave 5

Et svømmebasseng er 25 meter langt, 12 meter bredt, 1 meter dypt i den grunne enden og 4 meter dypt i den dype enden. Bunnen skrår jevnt. Bassenget fylles med vann med en hastighet av 2000 liter per minutt. Hvor fort stiger vannet i bassenget ved det tidspunktet vanndybden i den dype enden er 2 meter?

Oppgave 6

La f være en kontinuerlig og deriverbar funksjon på $[a, b]$. Anta at f' også er kontinuerlig på $[a, b]$. Vis at da finnes det en konstant K slik at

$$|f(x) - f(y)| \leq K|x - y|$$

for alle $x, y \in [a, b]$.