



Faglig kontakt: Heidi Dahl
Telefon: 91695300

Eksamen i fag MA1101/MA6101 Grunnkurs i analyse I

Bokmål

Fredag 15.mai 2009

Kl. 09.00-13.00

Sensur faller 05.06 2009

Hjelpemidler: Kalkulator HP30S eller Citizen SR-270X

Vedlagte formelark for MA1101/MA6101

Alle svar skal begrunnes. Lykke til!

Oppgave 1

Funksjonen g er definert ved $g(x) = e^{-x}(x^2 + 4x + 1)$.

- Finn eventuelle ekstremalpunkt (topp- og bunnpunkt) for g .
- Finn eventuelle vendepunkt og asymptoter (horisontale og/eller vertikale) for g . Skisser grafen til g .

Oppgave 2

Løs de ubestemte integralene

a)

$$\int e^x \cos x \, dx$$

b)

$$\int \frac{3x + 4}{x^2 + x - 6} \, dx$$

Oppgave 3

En vanntank fremkommer ved at kurven $y = x^2$, $x \geq 0$, dreies om y -aksen.

- a) Anta at tanken er fylt med vann til en høyde $y = h$ (målt i meter). Vis at da er volumet av vannet i tanken (målt i m^3) gitt ved $V = V(h) = \frac{\pi h^2}{2}$.
- b) Vi tenker oss nå at tanken er tom, og at fylling av tanken med vann begynner ved tiden $t = 0$. Vann renner inn i tanken med konstant hastighet $1m^3$ pr minutt. Hvor fort øker vannhøyden i det øyeblikket vannhøyden er 0,3 meter?

Oppgave 4

Vis at funksjonen $f(x) = x^3 + 2x + 3$ har en inversfunksjon f^{-1} , definert på hele \mathbb{R} , og finn $(f^{-1})'(3)$.

Oppgave 5

Finn den løsningen av differensiallikningen

$$y' + xy = x$$

som går gjennom punktet $(-2, 2)$.

Oppgave 6

Gi et ϵ - δ -argument (dvs. bruk den formelle definisjonen av grenseverdi) til å vise at

$$\lim_{x \rightarrow 1} (5 - 2x) = 3.$$

Oppgave 7

Bruk sekantsetningen (The Mean Value Theorem) på funksjonen $y = \arctan x$ til å vise at for alle $x > 0$ gjelder ulikheten

$$\arctan x > \frac{x}{1 + x^2}.$$