



Faglig kontakt under eksamen:
Førsteamanuensis Per Hag, Telefon: 91743

MA1101, Grunnkurs i analyse I
Bokmål
Fredag 28. mai 2004
Kl. 9-13
Hjelpemidler: Godkjent kalkulator (HP30S)
Sensur: Fredag 18. juni 2004

I oppgave 1 - 5 skal svarene begrunnes. I oppgave 6 skal du bare skrive R eller G i rutene til høyre. Arket med oppgave 6 skal innleveres.

Oppgave 1

Regn ut integralene

(i) $\int x \cos x dx$

(ii) $\int 2xe^{x^2} dx$

(iii) $\int_0^4 2x^3(x^2 + 1)^{-1/2} dx$

Oppgave 2

a) Bestem de intervaller på tall-linjen \mathbb{R} der funksjonen

$$f(x) = x + 2 \cos x$$

er voksende.

b) Skisser grafen til f i intervallet $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$.

Oppgave 3

En 4 meter lang stige er oppstilt mot en vegg på et flatt underlag. Foten av stigen sklir bort fra veggen med en konstant hastighet på $\frac{1}{2}$ meter/sek. Hvor fort beveger toppen av stigen seg når den er 2 meter over bakken?

Oppgave 4

Bestem, ved å benytte implisitt derivasjon, ligningen for tangenten til kurven:

$$x^2y^3 - x^3y^2 = 4$$

i punktet $(1, 2)$.

Oppgave 5

a) Bevis ved hjelp av L'Hôpitals regel at for hvert naturlig tall n så vil

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t^n e^{-t} = 0$$

b) Funksjonen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ er definert ved:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & ; \text{ for } x > 0 \\ 0 & ; \text{ for } x \leq 0 \end{cases}$$

Vis at f er kontinuert for alle $x \in \mathbb{R}$.

c) Angi $f'(x)$ for alle forskjellige $x \in \mathbb{R}$. Bestem $f''(0)$.

STUDENTNUMMER:

Dette arket skal besvares og leveres inn.

Oppgave 6

I denne oppgaven kreves ikke begrunnelse. Det skal bare krysses av R (riktig) eller G (galt) i rutene til høyre. (Galt svar gir ikke negative "score".)

- (i) Hvis funksjonen f er deriverbar i $x = x_0$, så er den kontinuerlig i $x = x_0$.
- (ii) Hvis funksjonen f er kontinuerlig i $x = x_0$ så er den deriverbar i $x = x_0$.
- (iii) Hvis funksjonen f er avtagende på hele \mathbb{R} , så må $f'(x) < 0$ for alle $x \in \mathbb{R}$.
- (iv) Hvis $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ er kontinuerlig, så er f integrerbar på $[a, b]$.
- (v) Funksjonen gitt ved:

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$$

er deriverbar i $x = 0$.

- (vi) Funksjonen

$$f(x) = \sin x ; 0 \leq x \leq \pi$$

har en invers funksjon f^{-1} på $[0, 1]$.