



Faglig kontakt: Heidi Dahl
Telefon: 91695300

Eksamen i fag MA1101/MA6101 Grunnkurs i analyse I
Bokmål
Mandag 07. desember 2009
Kl. 15.00-19.00
Sensur faller 7. januar 2010

Hjelpemidler: Kalkulator HP30S eller Citizen SR-270X
Vedlagte formelark for MA1101/MA6101
Alle svar skal begrunnes. Lykke til!

Oppgave 1 La $f(x) = e^{x^4-2x^2} - 8$.

- a) Finn alle ekstremalpunktene til funksjonen f .
- b) Vis at f har et nullpunkt på intervallet $[0, 2]$.

Oppgave 2 Beregn grenseverdiene

(i)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - \sin x}}{x}$$

(ii)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$$

Oppgave 3 Området over grafen til funksjonen $f(x) = x^2$ og under linja $y = 1$, for $0 \leq x \leq 1$, roteres om y -aksen. Finn volum og overflateareal av legemet som fremkommer. (Oppgitt: $ds = \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$.)

Oppgave 4

a) Finn den løsningen av differensiallikningen

$$y' = 2xy$$

som går gjennom punktet $(0, 1)$.

b) Finn den generelle løsningen av differensiallikningen

$$y'' + 2y' + y = x^2$$

Oppgave 5

Løs de ubestemte integralene

a)

$$\int 2x \arctan x \, dx$$

b)

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{25 - x^2}} \, dx$$

Oppgave 6 La T være en rettvinklet trekant med grunnlinje 4 og høyde 3. Et rektangel skal innskrives i trekanten T på en slik måte at to av sidene i rektangelet ligger langs henholdsvis trekantens grunnlinje og trekantens høyde. Hva er det største arealet et slikt rektangel kan ha?

Oppgave 7 La f og g være to funksjoner som er kontinuerlige på det lukkede intervallet $[a, b]$ og deriverbare på det åpne intervallet (a, b) . Anta at $f(a) = g(a)$ og $f(b) = g(b)$. Vis at det finnes (minst) et tall $c \in (a, b)$ slik at $f'(c) = g'(c)$.

Illustrer resultatet med en figur!