# Alternativ løsning oppg. 5 August 2013

I R10 fredag 28.11 gjennomgikk vi denne oppgaven ved å bruke integralregningens Fundamentalteorem (Korollaret med språkbruk fra „Kalkulus") to ganger: La $x \in [0,1]$.

(0) $f'(x) - f'(0) = \int_0^x f''(t)\,dt$

Da $f'(0) = 0$, har vi $f'(x) = \int_0^x f''(t)\,dt$, og

(1) $|f'(x)| \leq \int_0^x |f''(t)|\,dt$

Da $f$, og dermed $|f''|$, er kontinuerlig på $[0,1]$ fins $M$ slik at

(2) $|f''(x)| \leq M \quad , \quad x \in [0,1]$ (Ekstremalverdisetn.)

Innsatt i (1)

(3) $|f'(x)| \leq \int_0^x M\,dt = Mx$ (alle $x \in [0,1]$)

Nå utfører vi (0) på $f$ og har

(0') $f(x) - f(0) = \int_0^x f'(t)\,dt$

Da $f(0) = 0$, har vi videre

(1') $|f(x)| \leq \int_0^x |f'(t)|\,dt \underset{(3)}{\leq} \int_0^x Mt\,dt = M\frac{x^2}{2}$

Setter vi $A = \frac{M}{2}$ vil $|f(x)| \leq A\,x^2$ for $x \in [0,1]$.