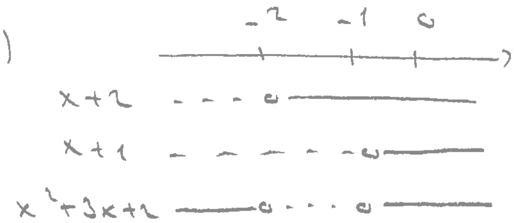
Løsningsforslag øving 4

2.2.27:

$$f(x) = |x^2 + 3x + 2|$$

Drøfter fortegnet til x^2+3x+2:

$$x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x+1)$$



Dermed kan vi skrive $f(x)$ slik:

$$f(x) = \begin{cases} x^2+3x+2 & , \quad x \in (-\infty, -2] \\ -(x^2+3x+2) & , \quad x \in (-2, -1) \\ x^2+3x+2 & , \quad x \in [-1, \infty) \end{cases}$$

$f(x)$ er deriverbar overalt unntatt (muligens) for $x=-2$ og $x=-1$.

Sjekker disse ved hjelp av definisjon av derivert: (tosidig grense!)

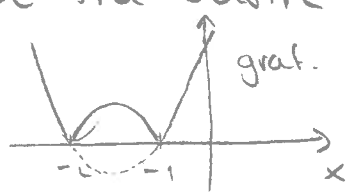
$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{-((-2+h)^2 + 3(-2+h) + 2) - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{-(h+h^2)}{h} = \lim_{h \to 0^+} -(1+h) = \underline{-1}$$

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{((-2+h)^2 + 3(-2+h) + 2) - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0^-} \frac{(h+h^2)}{h} = \lim_{h \to 0^-} (1+h) = \underline{1}$$

Siden grensen fra høyre er ulik grensen fra venstre er f ikke deriverbar for $x=-2$.



graf.

Tilsvarende testes om den er deriverbar for $X = -1$.