



Faglig kontakt under eksamen: Kari Hag, telefon 483 01 988

Eksamen i MA1101/MA6101 Grunnkurs i analyse I

Bokmål

Onsdag 19. desember 2007

Tid: 09.00 - 13:00

Hjelpemidler: Kalkulator HP30S

Vedlagt formelark for MA1101

Sensur: Fredag 18. januar 2008

Ved vurderingen teller i utgangspunktet oppgavene 1,2,3,4,5,6,7,8a),8b) og 9 – i alt 10 punkt – likt. **Husk at alle svar skal begrunnes!**

Oppgave 1 Bestem grenseverdiene

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{(x - 2)(x + 3)} \text{ og } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x + \sqrt{\ln x}}.$$

Oppgave 2 La $a > 0$. Finn

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{ax + 1}{ax} \right)^x.$$

Oppgave 3 En fabrikk produserer sylinderformede blikkbokser uten lokk. Materialet som brukes i den krumme sideflaten er dobbelt så dyrt som det som brukes i bunnflaten. Boksene skal ha et volum på 1 dm^3 , og fabrikkens ønsker å lage dem så billig som mulig. Hvor stor skal høyden og radien være?

Oppgave 4 La $f(x) = x \arctan x$ og finn $f''(x)$. Hva kan du si om krumningen til f ?

Oppgave 5 Området begrenset av x -aksen, grafen $f(x) = \arctan x$, $0 \leq x \leq 1$, og linjen $x = 1$, roteres om y -aksen. Hva blir volumet av omdreiningslegemet?

Oppgave 6 Finn

$$\int \frac{4x + 8}{(x + 1)^2(x + 3)} dx.$$

Oppgave 7 Gitt en funksjon $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$. Vis at f er en konstant hvis og bare hvis $f'(x) = 0$ for $a < x < b$. (Du kan anta at Middelverdisetningen/Sekantsetningen er kjent.)

Oppgave 8 En laksebestand er ved tidspunktet $t = 0$ på 50 tonn. Fangst skjer med en konstant rate på r tonn per år inntil bestanden eventuelt er utdødd. Bestanden er $B(t)$ tonn etter t år, og antas å tilfredsstille differensialligningen

$$B'(t) = 0,3B(t) - r.$$

- a) Hvor mye laks kan fanges hvert år hvis man ønsker å holde bestanden konstant?
- b) Anta at $r > 15$. Finn et uttrykk for det tidspunktet laksebestanden dør ut.

Oppgave 9 Bestem den løsningen til differensialligningen

$$y'' + 2y' + 5y = 0$$

som går gjennom punktet $(0, 0)$ med $y = 2x$ som tangentlinje.