



Faglig kontakt under eksamen:
Førsteamanuensis Ole Jacob Broch (73 55 02 56, 91 35 37 63)

MA1101 Grunnkurs i analyse I
Bokmål

Mandag 5. desember 2005
Kl. 9 – 13

Hjelpemidler: Kalkulator HP30S.

Ved vurdering teller i utgangspunktet hvert bokstavpunkt og oppgave 4 - i alt 10 punkt - likt.

Husk at alle svar skal begrunnes!

Oppgavesettet har 2 (to) sider.

Oppgave 1 La

$$f(x) = x^2 e^{-x}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

- a) Finn $f'(x)$ og $f''(x)$.
- b) Finn alle de lokale og absolutte ekstremalpunktene (og verdiene) og alle vendepunktene til f .
- c) Har $f(x)$ noen asymptoter? Tegn en grov skisse av grafen til f .

Oppgave 2 Beregn integralene

a)

$$\int \frac{dx}{2x^2 - 1},$$

b)

$$\int \frac{\sin \theta d\theta}{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}.$$

Oppgave 3 Finn grenseverdiene

a)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1},$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{3}{x} - \frac{\ln(1 + 3x)}{x^2} \right).$$

Oppgave 4

Finn den generelle løsningen av differensialligningen

$$y' - \frac{y}{x} = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}, \quad x \in]0, 1[.$$

Finn deretter den løsningen av ligningen som tilfredsstillers $y(1/2) = \pi/6$.

Oppgave 5 La g være en funksjon som er kontinuerlig i $[0, 1]$ og deriverbar i $]0, 1[$, med $g(0) = 1$ og $g(1) = 0$.

- a) Vis at det finnes et tall c i $[0, 1]$ slik at $g(c) = c$. (Det kan lønne seg å se på funksjonen $h(x) = g(x) - x$.)
- b) Vis at det finnes et tall d i $]0, 1[$ slik at $g'(d) = -1$. (Du trenger ikke punkt a) for å besvare denne oppgaven.)