



Faglig kontakt under eksamen:
Steffen Junge (73 59 17 73 / 94 16 27 27)

Eksamen i "Elementær Diskret Matematikk" - (MA0301)

Tirsdag 27. mai 2008

Tid: 9:00 – 13:00

Hjelpemidler: Lærebok, bestemt enkel kalkulator (HP30S)

Oppgavesettet består av oppgavene 1-8 som alle skal besvares. Av oppgavene 9 og 10 skal bare én besvares. Dersom du allikevel velger å besvare begge regnes oppgave 9 som tellende. Alle spørsmål og delspørsmål vektes likt. Alle svar skal begrunnes.

Oppgave 1 Hvor mange positive heltall n kan vi danne ved å bruke sifrene 2, 3, 3, 4, 4, 4, 7?

Oppgave 2 Avgjør om følgende argument er gyldig:

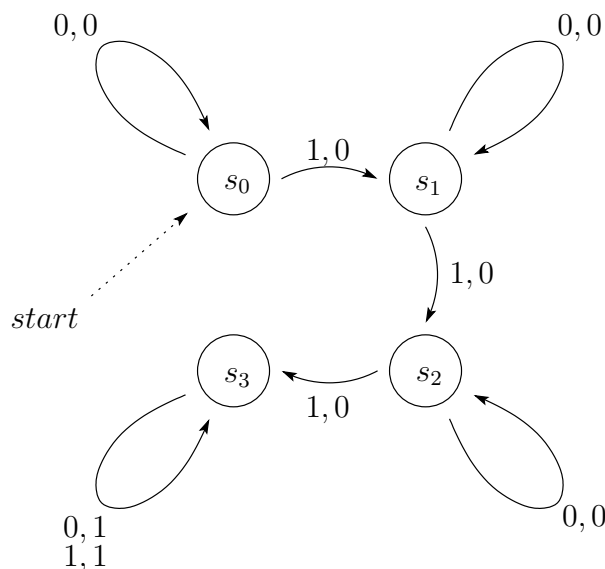
$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \vee \neg r \\ \neg r \rightarrow (t \rightarrow s) \\ \neg q \\ \hline \therefore \neg s \rightarrow \neg t \end{array}$$

Oppgave 3 La A og B være to mengder. Skriv mengden

$$(A \cup B) - (B - A)$$

på kortest mulige måte. Venn-diagram godtas som argumentasjon.

Oppgave 4 Beskriv outputtet til følgende maskine med input fra språket $\{0, 1\}^*$:

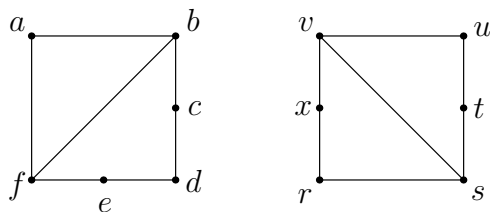


Oppgave 5 La \mathcal{R} være relasjonen på \mathbb{Z} definert ved: $n\mathcal{R}m$ når $n \leq m$. Angi uten bevis om \mathcal{R} er: Symmetrisk? Antisymmetrisk? Refleksiv? Transitiv?

Oppgave 6 Et land skal planlegge sin fremtidige flytrafikk. Det skal være 13 flyplasser og hver av disse skal ha tur-retur forbindelse til nøyaktig fem av de andre flyplassene. Videre skal en kunne reise mellom alle flyplasser hvis en er villig til å bytte fly. Lar dette seg gjøre? Begrunn svaret ditt.

Vink: La flyplassene være hjørner og flyrutene være kanter i en uretta graf.

Oppgave 7 Er følgende to grafer isomorfe? Homeomorfe? Begrunn svaret ditt.



Oppgave 8 Vis ved induksjon at:

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = n(n + 1)$$

Kun én av oppgavene 9 og 10 skal besvares.

Oppgave 9 De fleste kjenner sikkert til terningspillet yatzy, der en kaster fem vanlige sekssidede terninger. Anta i denne oppgave at vi har fem ulikt fargede terninger.

- Hvor mange ulike kast med disse fem terninger finns det?
- Stor straight er når en oppnår kombinasjonen $2 - 3 - 4 - 5 - 6$ og liten straight er når en oppnår kombinasjonen $1 - 2 - 3 - 4 - 5$. Hvor mange av kastene i (a) er stor eller liten straight?
- To par er når en oppnår par i to ulike verdier pluss en enkelt av en tredje verdi, eksempelvis $5 - 5 - 2 - 2 - 4$. Hvor mange av kastene i (a) er to par?

Oppgave 10 La $n, m \geq 2$ og betrakt grafen $K_{n,m}$.

- Hva er minste lengde en sykel i $K_{n,m}$ kan ha? Begrunn svaret ditt.
- La e angi antall kanter og v antall hjørner i $K_{n,m}$. Vis at hvis $K_{n,m}$ er plan da er $e \leq 2v - 4$
- Bruk (b) til å vise at $K_{3,4}$ ikke er plan.