Mengdelære

Def En mengde er en samling objekter.

Eksempel: $\{0, -1, 2\}$ er mengden som består av tallene $0, -1$ og 2.

Objektene i en mengde kalles elementer av mengden.

Notasjon: Vi kan bestemme mengder ved bruk av klamme-parentes og opplisting av elementer, separert med komma.

To mengder er like hvis

de inneholder samme elementer.

<u>Eks:</u> $\{-1, 0, 3\} = \{3, 3, 0, 0, -1\}$

Vi teller elementene "bare en gang".

Mengder kan være elementer i andre mengder: $\{0, \{1\}\}$ er en mengde med <u>to</u> elementer, nemlig 0 og $\{1\}$. Sistnevnte element er en mengde med ett element selv, nemlig 1!

<u>Notasjon</u> La A være en mengde. Påstanden "x er et element i A" skriver vi $x \in A$.

Eksempel: La $A = \{1, \{2\}, \{2,3\}\}$

Hvilke er sanne, av påstandene?

* $2 \in A$
* $\{2\} \in A$
* $1 \in A$
* $\{1\} \in A$
* $\{3\} \in A$

<u>Def-notasjon</u>: La A og B være to mengder. Hvis alle elementene i A er elementer i B, kaller vi A en <u>delmengde</u> av B, og dette skriver vi $A \subseteq B$.

Eksempel: $\{1,2,3\} \subseteq \{0,1,2,3\}$

$\{1,2\} \supseteq \{2\}$

<u>Notasjon</u>: $\not\subseteq$ betyr "ikke delmengde" på samme vis som $\neq$ betyr "ikke lik".

<u>Eks</u>:
$\{1,2\} \not\subseteq \{2,3\}$

<u>Teorem</u> La A, B være mengder. Hvis $A \subseteq B$ og $B \subseteq A$, så har vi $A = B$

Bevis: Siden alle elementer i A er elementer i B, er det ingenting i A som er utenfor B. Tilsvarende er det ingenting i B som er utenfor A, så de to mengdene har samme elementer. Derfor er de like.

Operasjoner

Definisjon-notasjon:

La A, B vare mengder.

* Union: $A \cup B$ er mengden som inneholder alt som ligger i A eller i B (eller i begge to)

NB: Merk ordet "eller".

* Snitt: $A \cap B$ er mengden som inneholder det som ligger i både A og B.

* Differanse: $A \setminus B$, eller $A - B$, er mengden av elt som både er i A, og ikke i B.

Eksempler:

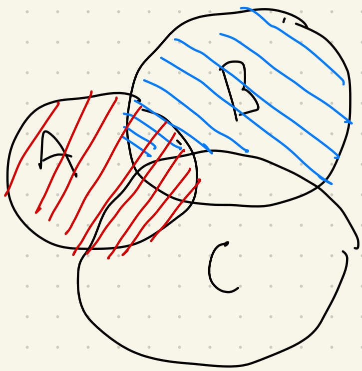
* $\{1,2\} \cup \{2,3\} = \{1,2,3\}$
* $\{1,2\} \setminus \{2,3\} = \{1\}$
* $\{1,2\} \cap \{2,3\} = \{2\}$
* $\{1,3\} \cap \{2,4\} = \{\}$ (!)

ingen elementer i denne mengden. Vi kaller $\{\}$ den tomme mengden og skriver den $\emptyset$.

Vi kan kombinere mengdeoperasjoner.

$A \cup (B \setminus C)$

ofte fint å illustrere med venn-diagrammer:



$A \cup (B \setminus C)$