Øvning 4

3.1: 2abcd, 4acdf, 6abc, 8abfg

3.2 4a(iii, iv) ; 4b(ii, iv) ; 7abc ; 8a ; 13

3.3 2, 4

3.1 2 $A = \{\underset{a)}{1}, \underset{b)}{\{1\}}, \{2\}\}$

a) $1 \in A$ b) $\{1\} \in A$ c) $\{1\} \subseteq A$ från (a) d) $\{\{1\}\} \subseteq A$ från (b)

4 a) $\emptyset \notin \emptyset$ eftersom $\emptyset$ är tom

c) $\emptyset \subseteq \emptyset$ eftersom $\forall A\,(\emptyset \subseteq A)$

d) $\emptyset \in \{\emptyset\}$. Ja $\emptyset$ är ett element i $\{\emptyset\}$

f $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ som (c)

6 $A = \{2m+1 \mid m \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{2n+3 \mid n \in \mathbb{Z}\}$

$C = \{2p-3 \mid p \in \mathbb{Z}\}$

Låt $x \in A \Rightarrow \exists m\,(x = 2m+1) \Rightarrow x = 2(m-1)+3 \in B$

Låt $x \in B \Rightarrow \exists n\,(x = 2n+3) \Rightarrow x = 2(n+3)-3 \in C$

Låt $x \in C \Rightarrow \exists p\,(x = 2p-3) \Rightarrow x = 2(p-2)+1 \in A$

Alltså $A \subseteq B \subseteq C \subseteq A$. Det följer att $A = B = C$

Dvs a), b), c) är sanna.

8 $A = \{1,2,3,4,5,6,7\} \Rightarrow |A| = 7$

a) Det finns 2^7 delmängder till A.

b) Det finns en tom delmängd och därmed $2^7 - 1$ icketomma delmängder till A

f) $B \subseteq A$ så att $\{1,2\} \subseteq B$ bestäms av $B \setminus \{1,2\} \subseteq A \setminus \{1,2\}$

Det finns 2^5 sätt att välja $B \setminus \{1,2\}$

g) Som ovan fast $|B \setminus \{1,2\}| = 3$. Det finns $\binom{5}{3}$ alternativ

3.2 4 $B=\{3n \mid n\in\mathbb{Z}\}$, $D=\{6n \mid n\in\mathbb{Z}\}$

a) iii) $3\in B$ men $3\notin D$ därmed $B\not\subseteq D$.

iv) Om $x\in D$ så finns $n\in\mathbb{Z}$ så att $x=6n=3(2n)\in B$

Alltså $D\subseteq B$.

b) ii) Eftersom $D\subseteq B$ så är $B\cup D=B$

iv) och $B\cap D=D$

7 a) Falsk: Ta $A=\{1\}$, $B=\{2\}$, $C=\emptyset$

Då $A\cap C=B\cap C=\emptyset$ men $A\neq B$.

b) Falsk: Ta $A=\{1\}$, $B=\{2\}$, $C=\{1,2\}$

Då $\cancel{A\cap C = B\cap C}$ $A\cup C=C=B\cup C$ men $A\neq B$

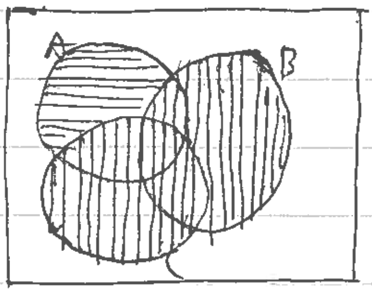
c) Sann. Låt $x\in\mathcal{U}$.

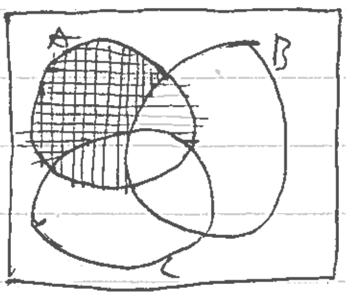
Om $x\in C$ så $x\in A \Leftrightarrow x\in A\cap C = B\cap C \Leftrightarrow x\in B$

Om $x\notin C$ så $x\in A \Leftrightarrow x\in A\cup C = B\cup C \Leftrightarrow x\in B$

Alltså $A=B$

8 b)





$B\cup C$ = ||||

$A\setminus(B\cup C)$ = ≡

$A\setminus B$ = ||||

$A\setminus C$ = ≡

$(A\setminus B)\cap(A\setminus C)$ = #

Alltså gäller $A\setminus(B\cup C)=(A\setminus B)\cap(A\setminus C)$

13 a) Falsk: Om $A=\{1\}$ och $B=\{2\}$

så är $\{1,2\} \in \mathcal{P}(A\cup B)$ men $\{1,2\} \notin \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$

b) Sann. $X \in \mathcal{P}(A\cap B) \Leftrightarrow X \subseteq A\cap B \Leftrightarrow X\subseteq A \wedge X \subseteq B$

$\Leftrightarrow X \in \mathcal{P}(A) \wedge X \in \mathcal{P}(B) \Leftrightarrow X \in \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$

Alltså $\mathcal{P}(A\cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$

3.3, 2 $\mathcal{U} = \{\text{batterier}\}$ $A = \{\text{defekta terminaler}\}$

$B = \{\text{defekta plattor}\}$

$|\mathcal{U}| = 2000$, $|\overline{A\cup B}| = 1920 \Rightarrow |A\cup B| = 2000-1920 = 80$

$|B| = 60$

$|A\cap B| = 20$

Pss $80 = |A\cup B| = |A| + |B| - |A\cap B| = |A| + 60 - 20 = |A| + 40$

$\Rightarrow |A| = 80 - 40 = \underline{40}$

4 $|A| = 50$ $|B| = 500$ $|C| = 5000$

a) om $A\subseteq B \subseteq C$ så är $|A\cup B\cup C| = |C| = \underline{5000}$

b) Om $A\cap B = A\cap C = B\cap C = \emptyset$ så är $|A\cup B\cup C| = |A|+|B|+|C| = \underline{5550}$

c) $|A\cup B\cup C| = |A|+|B|+|C| - |A\cap B| - |A\cap C| - |B\cap C| + |A\cap B\cap C| =$

$= 5550 - 3 - 3 - 3 + 1 = \underline{5542}$