



Fagleg kontakt under eksamen:
Kristian Gjøsteen 73 55 02 42

EKSAMEN I MA0301 ELEMENTÆR DISKRET MATEMATIKK

Nynorsk

Torsdag 28. mai 2009

Tid: 0900-1300

Hjelpemiddel D: Bestemt, enkel kalkulator.

Alle oppgaver tel likt. Alle svar skal grunngjevas.

Oppgåve 1 På ein eksamen med ti ja/nei-spørsmål må studentane ha minst fire av ti rette for å stå, og minst ni av ti rette for å få toppkarakter.

Kor mange ulike måtar kan studentane svare på? Kor mange av desse svarer til ståkarakter? Kor mange svarer til ståkarakter, men ikkje til toppkarakter?

Oppgåve 2

- Er $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ ein tautologi?
- Bruk logiske reknereglar til å vise at $p \leftrightarrow q$ og $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ er logisk ekvivalente.
- Vis at konklusjonen $\neg p$ følgjer fra premissane (i) $p \rightarrow q$, (ii) $\neg q \vee \neg r \vee \neg s$, (iii) $s \rightarrow r$ og (iv) s .

Oppgåve 3 Lag ein endeleg tilstandsmaskin som kjenner igjen strengane i språket $\{1\}\{01\}^*\{01\} \cup \{0\}\{10\}^*\{1\}$.

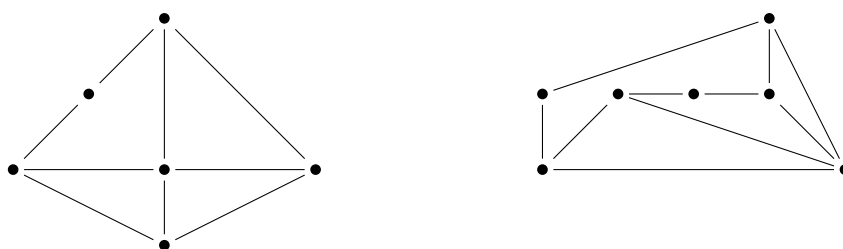
Oppgåve 4

- a) Vis ved induksjon på talet på hjørner at talet på kantar i den komplette grafen med n hjørner er

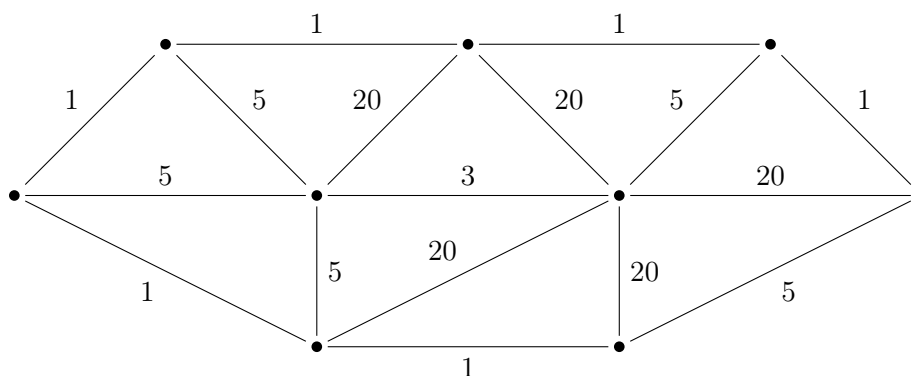
$$\sum_{i=1}^{n-1} i.$$

Merk: Når $n = 1$ skal vi tolke summen som 0.

- b) Er desse to grafane isomorfe? Homeomorfe?



- c) Kva er eit minimalt utspennende undertre? Bruk Kruskals eller Prims algoritme til   finne eit minimalt utspennende undertre for den vekta grafen og den totale vekta i dette undertreet:



Oppgåve 5 La \mathbb{N} være dei naturlege tala $\{0, 1, 2, \dots\}$ og la \mathbb{Z} være heiltala $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$. La \sim v re relasjonen på $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ gitt ved

$$(a, b) \sim (c, d) \iff a + d = b + c.$$

- a) Forklar kva ein ekvivalensrelasjon er.
 Vis at \sim er ein ekvivalensrelasjon.

b) Forklar kva ein bijeksjon er.

La S være mengda av ekvivalensklassar til \sim . Vi lar $[(x, y)]$ stå for ekvivalensklassen som inneheld (x, y) . Lxsa $f : \mathbb{Z} \rightarrow S$ være ein funksjon gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} [(x, 0)] & x \geq 0 \\ [(0, -x)] & x < 0. \end{cases}$$

Vis at f er ein bijeksjon. Kva er f^{-1} ?