

# Løsningsforslag, øving 3

MA0301 Elementær diskret matematikk

Våren 2009

## 8.1.4

La  $A$  være mengden med alle sammen. La  $P$ ,  $K$ ,  $S$  og  $D$  være mengden av de som tok med seg hhv. pølser, kylling, salat og dessert. Vi får følgende informasjon i oppgaven:

$$\begin{array}{llll} |P| = 21 & |K| = 35 & |S| = 28 & |D| = 32 \\ |P \cap K| = 13 & |P \cap S| = 10 & |P \cap D| = 9 & |K \cap S| = 12 \\ |K \cap D| = 17 & |S \cap D| = 14 & |P \cap K \cap S| = 4 & |P \cap K \cap D| = 6 \\ |D \cap S \cap D| = 5 & |K \cap S \cap D| = 7 & |P \cap K \cap S \cap D| = 2 & \end{array}$$

**a.** Mengden er  $A \setminus (P \cup K \cup S \cup D)$ , og kardinaliteten er

$$\# = 65 - (21 + 35 + 28 + 32 - 13 - 10 - 9 - 12 - 17 - 14 + 4 + 6 + 5 + 7 - 2) = 65 - 61 = 4.$$

**b.** Mengden er  $P \setminus (K \cup S \cup D)$ , og kardinaliteten er

$$\# = 21 - (13 + 10 + 9 - 4 - 6 - 5 + 2) = 21 - 19 = 2.$$

**c.** Mengden vi er ute etter er de som hadde nøyaktig én ting med. Hvis vi kan regne ut hvor mange som hadde nøyaktig to ting med kan vi trekke svaret fra tallet 61 som vi fant i første deloppgave.

Hvor mange hadde minst to:

$$13 + 10 + 9 + 12 + 17 + 14 - 4 - 6 - 5 - 7 + 2 = 55.$$

Da får vi

$$\# = 61 - 55 = 6.$$

### 8.1.3

La  $A$ ,  $B$ ,  $C$  og  $D$  være mengdene av ordninger av alfabetet der henholdsvis spin, game, path og net forekommer.

Hvor stor er  $A$ ? Hvis spin er med kan vi ordne alfabetet slik at 0 til 22 bokstaver kommer foran spin, og resten kommer etter, totalt 23 muligheter. Uavhengig av det skal de 22 bokstavene som ikke inngår i spin ordnes. Dette gir til sammen  $23 \cdot 22! = 23!$  ordninger. Tilsvarende får vi at  $|B| = 23!$ ,  $|C| = 23!$  og  $|D| = 24!$ .

Videre må  $A \cap C$  være tomt fordi spin og path begge inneholder p og ikke begge kan opptre i samme ordning. Tilsvarende for  $B \cap C$ ,  $B \cap D$  og  $C \cap D$ . Da gjenstår bare  $A \cap B$  og  $A \cap D$ .

spin og game kan plasseres uavhengig av hverandre, vi tenker på dem som egne symboler og skal så ordne to spesielle symboler og 18 vanlige bokstaver, til sammen 20 symboler med  $20!$  ordninger. Dermed er  $|A \cap B| = 20!$ .

spin og net kan bare plasseres som spinet, dermed får vi på samme måte at  $|A \cap D| = 21!$ .

Dermed har vi at

$$|\overline{A \cup B \cup C \cup D}| = 26! - |A| - |B| - |C| - |D| + |A \cap B| + |A \cap D|.$$