Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

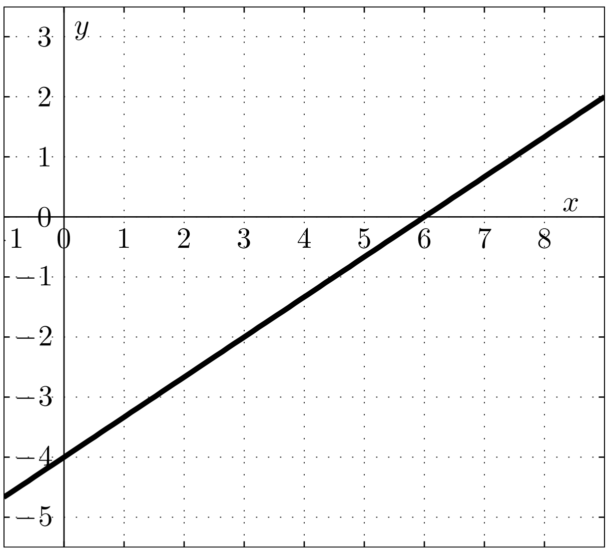
MA0003 Brukerkurs i matematikk for informatikere
Høst 2014

Løsningsforslag — Øving 1

R.1:5 Tegn grafen til

$$y = \frac{2}{3}x - 4.$$

Løsning:



Figur 1: Grafen til $y = \frac{2}{3}x - 4$

Ligningen er på formen $y = mx + b$ så grafen er en rett linje med skjæring av y-aksen i $b = -4$ og *stigningstall* $m = 2/3$. Dvs. Linjen stiger med to enheter oppover for hver tredje enhet mot høyre.

R.2:22 En funksjon g er gitt ved

$$g(x) = x^2 + 4.$$

Finn $g(-3), g(0), g(-1), g(7), g(v), g(a+h)$ og $\frac{g(a+h)-g(a)}{h}$.

Løsning:

$$
\begin{aligned}
g(-3) &= (-3)^2 + 4 \\
&= 9 + 4 = \underline{13.} \\
g(0) &= 0^2 + 4 = \underline{4.} \\
g(-1) &= (-1)^2 + 4 = \underline{5.} \\
g(7) &= 7^2 + 4 \\
&= 49 + 4 = \underline{55.} \\
g(v) &= \underline{v^2 + 4.} \\
g(a+h) &= (a+h)^2 + 4 \\
&= \underline{a^2 + 2ah + h^2 + 4}. \\
\frac{g(a+h) - g(a)}{h} &= \frac{(a+h)^2 + 4 - (a^2 + 4)}{h} \\
&= \frac{\cancel{a^2} + 2ah + h^2 + \cancel{4} - \cancel{a^2} - \cancel{4}}{h} \\
&= \frac{2ah + h^2}{h} \\
&= \frac{h(2a+h)}{h} \\
&= 2a + h,
\end{aligned}
$$

såfremt $h \neq 0$.

$\boxed{\text{R.3:49}}$ Finn domenet til funksjonen

$$g(x) = \frac{2x}{x^2 - 25}.$$

Løsning:
Hvis ikke annet er oppgitt, er domenet den største mengden der funksjonen er definert. Vi ser at g er definert for alle x bortsett fra der nevneren er null:

$$
\begin{aligned}
0 &= x^2 - 25 \\
&= (x-5)(x+5) \\
&\iff \\
x &= \pm 5.
\end{aligned}
$$

<u>Domenet til g er altså alle reelle tall bortsett fra 5 og -5.</u> Dette kan uttrykkes på flere måter, som f.eks

$$\mathcal{D}(g) = \mathbb{R} \setminus \{-5, 5\}$$

eller

$$\mathcal{D}(g) = (-\infty, -5) \cup (-5, 5) \cup (5, \infty).$$

$\boxed{\text{R.4:14}}$ Finn stigningstall og skjæring med y-aksen til

$$y = 2x - 5.$$

Løsning:
Linjen har stigningstall 2 og skjæring med y-aksen i punktet $(0, -5)$.

$\boxed{\text{R.5:17}}$ Tegn grafen til

$$y = x^2 - 4x + 3.$$

Løsning:
y er et andregradspolynom, så grafen vil være en parabel. Grafen vil krumme oppover fordi koeffisienten til andregradsleddet er positivt ($1 > 0$). Videre er

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4x + 3 \\ &= (x-1)(x-3), \end{aligned}$$

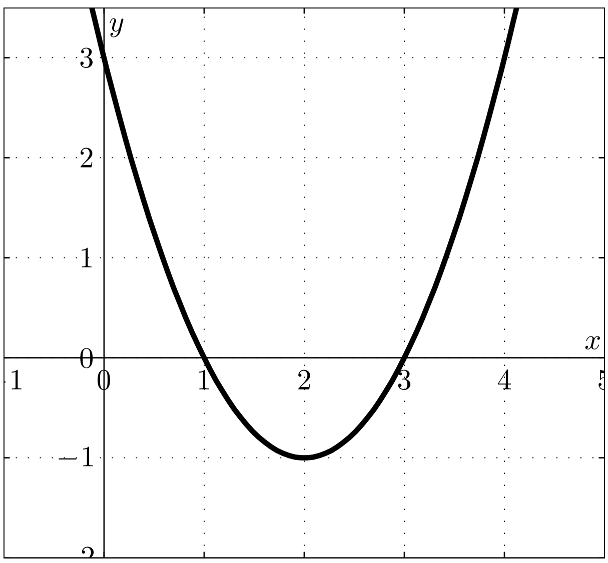
så grafen skjærer x-aksen i $x = 1$ og $x = 3$. Tilslutt finner vi den vertikale symmetriaksen fra formelen

$$\begin{aligned} x &= -\frac{b}{2a} \\ &= -\frac{-4}{2} = 2 \end{aligned}$$

og y-verdien til bunnpunktet er

$$y(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1.$$

Tilsammen gir dette oss muligheten til å skissere parabelen.



Figur 2: Grafen til $y = x^2 - 4x + 3$