Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

MA0003 Brukerkurs i matematikk for informatikere
Høst 2013

Løsningsforslag — Øving 8

$\boxed{\text{4.3.43}}$

$$\int_1^3 (3t^2+7)\ \mathrm{dx} = [t^3+7t]_2^3 = (3^3+7\cdot 3)-(1^3+7\cdot 1) = 40.$$

$\boxed{\text{4.4. 1}}$ Vi skal finne arealet under grafen til funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 \text{ for } x \leq 3 \\ 10-x \text{ for } x > 3 \end{cases}$$

mellom $x = 1$ og $x = 5$. Arealet under grafen er integralet av funksjonen over intervallet. Her må vi dele det opp i to integral:

$$A_1 = \int_1^3 f(x)\ \mathrm{dx} = \int_1^3 (2x+1)\ \mathrm{dx} = [x^2+x]_1^3 = (9+3)-(1+1) = 10,$$

$$A_2 = \int_3^5 f(x)\ \mathrm{dx} = \int_3^5 (10-x)\ \mathrm{dx} = \left[10x - \frac{1}{2}x^2\right]_3^5 = (50-25/2)-(30-9/2) = 12.$$

Arealet blir da $A = A_1 + A_2 = 12 + 10 = 22$.

$\boxed{\text{4.5. 16}}$ Vi skal regne ut

$$\int x^3 e^{x^4}\ \mathrm{dx}\,. \tag{1}$$

Vi lar $u = x^4$, slik at

$$\frac{du}{dx} = 4x^3 \implies du = \frac{dx}{4x^3}.$$

Vi setter dette inn i (1):

$$\int x^3 e^{x^4}\ \mathrm{dx} = \int \frac{x^3}{4x^3} e^u\ \mathrm{du} = \frac{1}{4}\int e^u\ \mathrm{du} = \frac{1}{4}e^u + C.$$

Setter vi tilbake $u = x^4$ får vi

$$\int x^3 e^{x^4}\ \mathrm{dx} = \frac{1}{4}e^{x^4} + C.$$

$\boxed{4.6.1}$ Vi skal regne ut

$$\int 4xe^{4x}\ \mathrm{dx}\,.$$

Vi lar

$$u = x, \quad u' = 1$$
$$v' = e^{4x}, \quad v = \frac{1}{4}e^{4x}$$

Ved delvis integrasjon får vi da

$$\begin{aligned} 4\int xe^{4x}\ \mathrm{dx} &= 4\left(\frac{1}{4}xe^{4x} - \frac{1}{4}\int 1\cdot e^{4x}\ \mathrm{dx}\right) \\ &= xe^{4x} - \frac{1}{4}e^{4x} + C. \end{aligned}$$

Ved derivasjon får vi

$$4xe^{4x} + e^{4x} - e^{4x} = 4xe^{4x},$$

som stemmer.

$\boxed{4.6.28}$ Vi skal regne ut

$$\int x^5e^{4x}\ \mathrm{dx}\,.$$

Her må vi bruke delvis integrasjon fem ganger for å løse problemet. Vi ender til slutt opp med

$$\frac{1}{512}(-15 + 60x - 120x^2 + 160x^3 - 160x^4 + 128x^5)e^{4x}.$$