Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

MA0003 Brukerkurs i matematikk for informatikere
Høst 2013

Løsningsforslag — Øving 10

1.1:1 Vi får den tilhørende matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ -2 & -7 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ved å gange første raden med 2 og legge den til andre raden, får vi

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 0 & 3 & 9 \end{bmatrix}.$$

Ganger andre rad med 1/3:

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Multipliserer andre rad med -5 og legger den til første rad:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Vi kan nå lese av løsningen, som er $x_1 = -8, x_2 = 3$.

1.2.7 Vi skal finne generelle løsningen av ligningssystemet med tilhørende matrise

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 7 \\ 3 & 9 & 7 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ved elementære radoperasjoner får vi

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 7 \\ 3 & 9 & 7 & 6 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & -5 & -15 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Dette betyr at $x_3 = 3$, mens x_2 er en fri variabel. Vi kan skrive x_1 slik:

$$x_1 + 3x_2 = -5 \implies x_1 = -3x_2 - 5.$$

1.2:10 Vi skal finne generelle løsningen av ligningssystemet med tilhørende matrise

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 3 & -6 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ved å utføre elementære radoperasjoner, får vi:

$$\begin{bmatrix}1 & -2 & -1 & 3\\ 3 & -6 & -2 & 2\end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix}1 & -2 & -1 & 3\\ 0 & 0 & 1 & -7\end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix}1 & -2 & 0 & -4\\ 0 & 0 & 1 & -7\end{bmatrix}.$$

Dette betyr at $x_3 = -7$, mens x_2 er en fri variabel. Vi skriver x_1 ved x_2:

$$x_1 - 2x_2 = -4 \implies x_1 = 2x_2 - 4.$$

$\boxed{\text{1.3.1}}$ Vi har vektorene

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix}-1\\ 2\end{bmatrix}, \ \mathbf{v} = \begin{bmatrix}-3\\ -1\end{bmatrix},$$

som gir at

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = \begin{bmatrix}-1-3\\ 2-1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-4\\ 1\end{bmatrix},$$

og

$$\mathbf{u} - 2\mathbf{v} = \begin{bmatrix}-1+6\\ 2+2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}5\\ 4\end{bmatrix}.$$

$\boxed{\text{1.3.9}}$ Vi har at den tilhørende vektorligningen kan skrives slik:

$$\begin{bmatrix}0\\ 4\\ -1\end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix}1\\ 6\\ 3\end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix}5\\ 1\\ -8\end{bmatrix} x_3 = \begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

$\boxed{\text{1.3.13}}$ Vi skal finne ut om det finnes x_1, x_2, x_3 slik at

$$\begin{array}{cccc} x_1 & -4x_2 & +x_3 & = 3\\ 0x_1 & +3x_2 & +5x_3 & = -7\\ -2x_1 & +8x_2 & -4x_3 & = -3\end{array}$$

Dette tilsvarer matrisen

$$\begin{bmatrix}1 & -4 & 2 & 3\\ 0 & 3 & 5 & -7\\ -2 & 8 & -4 & -3\end{bmatrix}$$

Ved elementære radoperasjoner får vi

$$\begin{bmatrix}1 & -4 & 2 & 3\\ 0 & 3 & 5 & -7\\ -2 & 8 & -4 & -3\end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix}1 & -4 & 2 & 3\\ 0 & 3 & 5 & -7\\ 0 & 0 & 0 & 3\end{bmatrix},$$

som betyr at $0x_1 + 0x_2 + 0x_3 = 3$, noe som er umulig. Dette betyr at ligningssettet ikke har noen løsning, og dermed er vektoren en lineærkombinasjon av kolonnevektorene i matrisen.