MA0003 - 9. forelesning

Antiderivasjon

Steffen Junge

NTNU
Det skapende universitet

17. august 2009

Outline

Outline

Regneregler for deriverte

La f og g være kontinuerlige funksjoner og $c \neq 0$

- $$\int cf(x)\,dx = c\int f(x)\,dx$$
- $$\int f(x) \pm g(x)\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$$
- $$\int f(cx)\,dx = \frac{1}{c}\int f(u)\,du\Big|_{u=cx}$$
- $$\int f(x+c)\,dx = \int f(u)\,du\Big|_{u=x+c}$$

Regneregler for deriverte

La f og g være kontinuerlige funksjoner og $c \neq 0$

- $$\int cf(x)\,dx = c\int f(x)\,dx$$

- $$\int f(x) \pm g(x)\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$$

- $$\int f(cx)\,dx = \frac{1}{c}\int f(u)\,du\Big|_{u=cx}$$

- $$\int f(x+c)\,dx = \int f(u)\,du\Big|_{u=x+c}$$

Regneregler for deriverte

La f og g være kontinuerlige funksjoner og $c \neq 0$

- $$\int cf(x)\,dx = c\int f(x)\,dx$$
- $$\int f(x) \pm g(x)\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$$
- $$\int f(cx)\,dx = \frac{1}{c}\int f(u)\,du\Big|_{u=cx}$$
- $$\int f(x+c)\,dx = \int f(u)\,du\Big|_{u=x+c}$$

Regneregler for deriverte

La f og g være kontinuerlige funksjoner og $c \neq 0$

- $$\int cf(x)\,dx = c\int f(x)\,dx$$
- $$\int f(x) \pm g(x)\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$$
- $$\int f(cx)\,dx = \frac{1}{c}\int f(u)\,du\Big|_{u=cx}$$
- $$\int f(x+c)\,dx = \int f(u)\,du\Big|_{u=x+c}$$

Regneregler for deriverte

La f og g være kontinuerlige funksjoner og $c \neq 0$

- $$\int cf(x)\,dx = c\int f(x)\,dx$$
- $$\int f(x) \pm g(x)\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$$
- $$\int f(cx)\,dx = \frac{1}{c}\int f(u)\,du|_{u=cx}$$
- $$\int f(x+c)\,dx = \int f(u)\,du|_{u=x+c}$$

Eksempler

Finn den generelle antideriverte for følgende funksjoner

- $f(x) = 8x^3$
- $g(t) = 4e^t + t^2$
- $P(y) = e^{-ky}$
- $g(x) = \sqrt{x-2}$
- $f(t) = 7\sqrt{3t}$

Eksempler

Finn den generelle antideriverte for følgende funksjoner

- $f(x) = 8x^3$
- $g(t) = 4e^t + t^2$
- $P(y) = e^{-ky}$
- $g(x) = \sqrt{x-2}$
- $f(t) = 7\sqrt{3t}$

Eksempler

Finn den generelle antideriverte for følgende funksjoner

- $f(x) = 8x^3$
- $g(t) = 4e^t + t^2$
- $P(y) = e^{-ky}$
- $g(x) = \sqrt{x-2}$
- $f(t) = 7\sqrt{3t}$

Eksempler

Finn den generelle antideriverte for følgende funksjoner

- $f(x) = 8x^3$
- $g(t) = 4e^t + t^2$
- $P(y) = e^{-ky}$
- $g(x) = \sqrt{x-2}$
- $f(t) = 7\sqrt{3t}$

Eksempler

Finn den generelle antideriverte for følgende funksjoner

- $f(x) = 8x^3$
- $g(t) = 4e^t + t^2$
- $P(y) = e^{-ky}$
- $g(x) = \sqrt{x-2}$
- $f(t) = 7\sqrt{3t}$

Eksempler

Finn den generelle antideriverte for følgende funksjoner

- $f(x) = 8x^3$
- $g(t) = 4e^t + t^2$
- $P(y) = e^{-ky}$
- $g(x) = \sqrt{x-2}$
- $f(t) = 7\sqrt{3t}$

Delvis integrasjon

- I bestemte tilfeller kan vi antiderivere produkt av funksjoner.
- Teknikken kalles delvis integrasjon.
- Anta $F'(x) = f(x)$ og la g være en deriverbar funksjon, da er
$$\int f(x)g(x)\,dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x)\,dx$$
- Gevinsten ved delvis integrasjon er at det kan være lett å finne en antiderivert til $F(x)g'(x)$.

Delvis integrasjon

- I bestemte tilfeller kan vi antiderivere produkt av funksjoner.
- Teknikken kalles delvis integrasjon.
- Anta $F'(x) = f(x)$ og la g være en deriverbar funksjon, da er
$$\int f(x)g(x)\,dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x)\,dx$$
- Gevinsten ved delvis integrasjon er at det kan være lett å finne en antiderivert til $F(x)g'(x)$.

Delvis integrasjon

- I bestemte tilfeller kan vi antiderivere produkt av funksjoner.
- Teknikken kalles delvis integrasjon.
- Anta $F'(x) = f(x)$ og la g være en deriverbar funksjon, da er
$$\int f(x)g(x)\,dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x)\,dx$$
- Gevinsten ved delvis integrasjon er at det kan være lett å finne en antiderivert til $F(x)g'(x)$.

Delvis integrasjon

- I bestemte tilfeller kan vi antiderivere produkt av funksjoner.
- Teknikken kalles delvis integrasjon.
- Anta $F'(x) = f(x)$ og la g være en deriverbar funksjon, da er
$$\int f(x)g(x)\,dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x)\,dx$$
- Gevinsten ved delvis integrasjon er at det kan være lett å finne en antiderivert til $F(x)g'(x)$.

Delvis integrasjon

- I bestemte tilfeller kan vi antiderivere produkt av funksjoner.
- Teknikken kalles delvis integrasjon.
- Anta $F'(x) = f(x)$ og la g være en deriverbar funksjon, da er
$$\int f(x)g(x)\,dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x)\,dx$$
- Gevinsten ved delvis integrasjon er at det kan være lett å finne en antiderivert til $F(x)g'(x)$.

Eksempler

Finn den generelle antideriverte til følgende funksjoner:

- $f(x) = xe^x$
- $h(x) = x^2e^x$
- $g(t) = \frac{t}{t-1}$
- $L(y) = \ln y$
- $p(t) = (x^5 + x^6 - x^7)\ln x$

Eksempler

Finn den generelle antideriverte til følgende funksjoner:

- $f(x) = xe^x$
- $h(x) = x^2e^x$
- $g(t) = \frac{t}{t-1}$
- $L(y) = \ln y$
- $p(t) = (x^5 + x^6 - x^7) \ln x$

Eksempler

Finn den generelle antideriverte til følgende funksjoner:

- $f(x) = xe^x$
- $h(x) = x^2 e^x$
- $g(t) = \frac{t}{t-1}$
- $L(y) = \ln y$
- $p(t) = (x^5 + x^6 - x^7) \ln x$

Eksempler

Finn den generelle antideriverte til følgende funksjoner:

- $f(x) = xe^x$
- $h(x) = x^2 e^x$
- $g(t) = \frac{t}{t-1}$
- $L(y) = \ln y$
- $p(t) = (x^5 + x^6 - x^7) \ln x$

Eksempler

Finn den generelle antideriverte til følgende funksjoner:

- $f(x) = xe^x$
- $h(x) = x^2 e^x$
- $g(t) = \frac{t}{t-1}$
- $L(y) = \ln y$
- $p(t) = (x^5 + x^6 - x^7) \ln x$

Eksempler

Finn den generelle antideriverte til følgende funksjoner:

- $f(x) = xe^x$
- $h(x) = x^2 e^x$
- $g(t) = \frac{t}{t-1}$
- $L(y) = \ln y$
- $p(t) = (x^5 + x^6 - x^7) \ln x$

Substitusjon

- Til slutt den mest nyttige regel av alle: Substitusjon.
- Denne omhandler komposisjon av funksjoner.
- Anta $f(x)$ er kontinuerlig og la g være en deriverbar funksjon, da er:

$$\int f(g(x))g'(x)\,dx = \int f(u)\,du|_{u=g(x)}$$

- Er heldigvis enkel å bruke i praksis - med litt trening.
- Nøkkelen er å tenke på den deriverte som en brøk $\frac{dy}{dx}$.
- Det er svært viktig å kunne derivere i blinde.

Substitusjon

- Til slutt den mest nyttige regel av alle: Substitusjon.
- Denne omhandler komposisjon av funksjoner.
- Anta $f(x)$ er kontinuerlig og la g være en deriverbar funksjon, da er:

$$\int f(g(x))g'(x)\,dx = \int f(u)\,du|_{u=g(x)}$$

- Er heldigvis enkel å bruke i praksis - med litt trening.
- Nøkkelen er å tenke på den deriverte som en brøk $\frac{dy}{dx}$.
- Det er svært viktig å kunne derivere i blinde.

Substitusjon

- Til slutt den mest nyttige regel av alle: Substitusjon.
- Denne omhandler komposisjon av funksjoner.
- Anta $f(x)$ er kontinuerlig og la g være en deriverbar funksjon, da er:

$$\int f(g(x))g'(x)\,dx = \int f(u)\,du\Big|_{u=g(x)}$$

- Er heldigvis enkel å bruke i praksis - med litt trening.
- Nøkkelen er å tenke på den deriverte som en brøk $\frac{dy}{dx}$.
- Det er svært viktig å kunne derivere i blinde.

Substitusjon

- Til slutt den mest nyttige regel av alle: Substitusjon.
- Denne omhandler komposisjon av funksjoner.
- Anta $f(x)$ er kontinuerlig og la g være en deriverbar funksjon, da er:

$$\int f(g(x))g'(x)\,dx = \int f(u)\,du|_{u=g(x)}$$

- Er heldigvis enkel å bruke i praksis - med litt trening.
- Nøkkelen er å tenke på den deriverte som en brøk $\frac{dy}{dx}$.
- Det er svært viktig å kunne derivere i blinde.

Substitusjon

- Til slutt den mest nyttige regel av alle: Substitusjon.
- Denne omhandler komposisjon av funksjoner.
- Anta $f(x)$ er kontinuerlig og la g være en deriverbar funksjon, da er:

$$\int f(g(x))g'(x)\,dx = \int f(u)\,du\Big|_{u=g(x)}$$

- Er heldigvis enkel å bruke i praksis - med litt trening.
- Nøkkelen er å tenke på den deriverte som en brøk $\frac{dy}{dx}$.
- Det er svært viktig å kunne derivere i blinde.

Substitusjon

- Til slutt den mest nyttige regel av alle: Substitusjon.
- Denne omhandler komposisjon av funksjoner.
- Anta $f(x)$ er kontinuerlig og la g være en deriverbar funksjon, da er:

$$\int f(g(x))g'(x)\,dx = \int f(u)\,du\Big|_{u=g(x)}$$

- Er heldigvis enkel å bruke i praksis - med litt trening.
- Nøkkelen er å tenke på den deriverte som en brøk $\frac{dy}{dx}$.
- Det er svært viktig å kunne derivere i blinde.

Substitusjon

- Til slutt den mest nyttige regel av alle: Substitusjon.
- Denne omhandler komposisjon av funksjoner.
- Anta $f(x)$ er kontinuerlig og la g være en deriverbar funksjon, da er:

$$\int f(g(x))g'(x)\,dx = \int f(u)\,du|_{u=g(x)}$$

- Er heldigvis enkel å bruke i praksis - med litt trening.
- Nøkkelen er å tenke på den deriverte som en brøk $\frac{dy}{dx}$.
- Det er svært viktig å kunne derivere i blinde.

Eksempler

Antideriver følgende funksjoner ved den angitte substitusjonen:

- $f(x) = 2xe^{x^2}$, $u = x^2$
- $g(t) = \frac{\ln t}{t}$, $u = \ln t$.
- $h(x) = (x+2)\sqrt{x^2+4x}$, $u = x^2 + 4x$
- $f(r) = \frac{e^{\sqrt{r+2}}}{\sqrt{r+2}}$, $u = \sqrt{r+2}$

Eksempler

Antideriver følgende funksjoner ved den angitte substitusjonen:

- $f(x) = 2xe^{x^2}$, $u = x^2$
- $g(t) = \frac{\ln t}{t}$, $u = \ln t$.
- $h(x) = (x+2)\sqrt{x^2+4x}$, $u = x^2 + 4x$
- $f(r) = \frac{e^{\sqrt{r+2}}}{\sqrt{r+2}}$, $u = \sqrt{r+2}$

Eksempler

Antideriver følgende funksjoner ved den angitte substitusjonen:

- $f(x) = 2xe^{x^2}$, $u = x^2$
- $g(t) = \frac{\ln t}{t}$, $u = \ln t$.
- $h(x) = (x+2)\sqrt{x^2+4x}$, $u = x^2 + 4x$
- $f(r) = \frac{e^{\sqrt{r+2}}}{\sqrt{r+2}}$, $u = \sqrt{r+2}$

Eksempler

Antideriver følgende funksjoner ved den angitte substitusjonen:

- $f(x) = 2xe^{x^2}$, $u = x^2$
- $g(t) = \frac{\ln t}{t}$, $u = \ln t$.
- $h(x) = (x+2)\sqrt{x^2+4x}$, $u = x^2+4x$
- $f(r) = \frac{e^{\sqrt{r+2}}}{\sqrt{r+2}}$, $u = \sqrt{r+2}$

Eksempler

Antideriver følgende funksjoner ved den angitte substitusjonen:

- $f(x) = 2xe^{x^2}$, $u = x^2$
- $g(t) = \frac{\ln t}{t}$, $u = \ln t$.
- $h(x) = (x+2)\sqrt{x^2+4x}$, $u = x^2 + 4x$
- $f(r) = \frac{e^{\sqrt{r+2}}}{\sqrt{r+2}}$, $u = \sqrt{r+2}$