MA0003 - 7. forelesning

Rasjonale funksjoner og modellering

Steffen Junge

NTNU
Det skapende universitet

31. august 2009

Outline

Outline

Outline

Outline

- Funksjoner av formen $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ der $D_R = \{x : Q(x) \neq 0\}$.
- Nullpunkt der $P(x) = 0$.
- Graden av P og Q er avgjørende for oppførselen til R
- Felles for alle rasjonale funksjoner er vertikale asymptoter der $Q(x) = 0$
- Vi ser bare på rasjonale funksjoner der P og Q ikke har felles *røtter*.
- Ikke-eksempel: Skisser grafen for $h(T) = \frac{T^2-9}{T+3}$.

- Funksjoner av formen $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ der $D_R = \{x : Q(x) \neq 0\}$.
- Nullpunkt der $P(x) = 0$.
- Graden av P og Q er avgjørende for oppførselen til R
- Felles for alle rasjonale funksjoner er vertikale asymptoter der $Q(x) = 0$
- Vi ser bare på rasjonale funksjoner der P og Q ikke har felles *røtter*.
- Ikke-eksempel: Skisser grafen for $h(T) = \frac{T^2-9}{T+3}$.

- Funksjoner av formen $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ der $D_R = \{x : Q(x) \neq 0\}$.
- Nullpunkt der $P(x) = 0$.
- Graden av P og Q er avgjørende for oppførselen til R
- Felles for alle rasjonale funksjoner er vertikale asymptoter der $Q(x) = 0$
- Vi ser bare på rasjonale funksjoner der P og Q ikke har felles *røtter*.
- Ikke-eksempel: Skisser grafen for $h(T) = \frac{T^2-9}{T+3}$.

- Funksjoner av formen $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ der $D_R = \{x : Q(x) \neq 0\}$.
- Nullpunkt der $P(x) = 0$.
- Graden av P og Q er avgjørende for oppførselen til R
- Felles for alle rasjonale funksjoner er vertikale asymptoter der $Q(x) = 0$
- Vi ser bare på rasjonale funksjoner der P og Q ikke har felles *røtter*.
- Ikke-eksempel: Skisser grafen for $h(T) = \frac{T^2-9}{T+3}$.

- Funksjoner av formen $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ der $D_R = \{x : Q(x) \neq 0\}$.
- Nullpunkt der $P(x) = 0$.
- Graden av P og Q er avgjørende for oppførselen til R
- Felles for alle rasjonale funksjoner er vertikale asymptoter der $Q(x) = 0$
- Vi ser bare på rasjonale funksjoner der P og Q ikke har felles *røtter*.
- Ikke-eksempel: Skisser grafen for $h(T) = \frac{T^2-9}{T+3}$.

- Funksjoner av formen $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ der $D_R = \{x : Q(x) \neq 0\}$.
- Nullpunkt der $P(x) = 0$.
- Graden av P og Q er avgjørende for oppførselen til R
- Felles for alle rasjonale funksjoner er vertikale asymptoter der $Q(x) = 0$
- Vi ser bare på rasjonale funksjoner der P og Q ikke har felles *røtter*.
- Ikke-eksempel: Skisser grafen for $h(T) = \frac{T^2-9}{T+3}$.

- Funksjoner av formen $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ der $D_R = \{x : Q(x) \neq 0\}$.
- Nullpunkt der $P(x) = 0$.
- Graden av P og Q er avgjørende for oppførselen til R
- Felles for alle rasjonale funksjoner er vertikale asymptoter der $Q(x) = 0$
- Vi ser bare på rasjonale funksjoner der P og Q ikke har felles *røtter*.
- Ikke-eksempel: Skisser grafen for $h(T) = \frac{T^2-9}{T+3}$.

Outline

1. Rasjonale funksjoner
   - Recap: om rasjonale funksjoner
   - Grafer for rasjonale funksjoner
2. Modellering

grad(P) $<$grad(Q)

- Eks: Skisser grafen for $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x-6}$.
- Dette eksempelet viser typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to 0$ når $x \to \pm\infty$.
- Linjen $y = 0$ er *horisontal asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) $<$grad(Q)

- Eks: Skisser grafen for $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x-6}$.
- Dette eksempelet viser typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to 0$ når $x \to \pm\infty$.
- Linjen $y = 0$ er *horisontal asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) $<$grad(Q)

- Eks: Skisser grafen for $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x-6}$.
- Dette eksempelet viser typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to 0$ når $x \to \pm\infty$.
- Linjen $y = 0$ er *horisontal asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) $<$grad(Q)

- Eks: Skisser grafen for $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x-6}$.
- Dette eksempelet viser typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to 0$ når $x \to \pm\infty$.
- Linjen $y = 0$ er *horisontal asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) $<$grad(Q)

- Eks: Skisser grafen for $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x-6}$.
- Dette eksempelet viser typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to 0$ når $x \to \pm\infty$.
- Linjen $y = 0$ er *horisontal asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) =grad(Q)

- Eks: Skisser grafen for $f(x) = \frac{2x^2-5}{x^2+x-6}$.
- Igjen viser eksemplet typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to \frac{a}{b}$ når $x \to \pm\infty$ og $R(x) = \frac{ax^n+\ldots}{bx^n+\ldots}$
- Linjen $y = \frac{a}{b}$ er *horisontal asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) =grad(Q)

- Eks: Skisser grafen for $f(x) = \frac{2x^2-5}{x^2+x-6}$.
- Igjen viser eksemplet typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to \frac{a}{b}$ når $x \to \pm\infty$ og $R(x) = \frac{ax^n+\dots}{bx^n+\dots}$
- Linjen $y = \frac{a}{b}$ er *horisontal asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) =grad(Q)

- Eks: Skisser grafen for $f(x) = \frac{2x^2-5}{x^2+x-6}$.
- Igjen viser eksemplet typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to \frac{a}{b}$ når $x \to \pm\infty$ og $R(x) = \frac{ax^n+\dots}{bx^n+\dots}$
- Linjen $y = \frac{a}{b}$ er *horisontal asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) =grad(Q)

- Eks: Skisser grafen for $f(x) = \frac{2x^2-5}{x^2+x-6}$.
- Igjen viser eksemplet typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to \frac{a}{b}$ når $x \to \pm\infty$ og $R(x) = \frac{ax^n+\ldots}{bx^n+\ldots}$
- Linjen $y = \frac{a}{b}$ er *horisontal asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) =grad(Q)

- Eks: Skisser grafen for $f(x) = \frac{2x^2-5}{x^2+x-6}$.
- Igjen viser eksemplet typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to \frac{a}{b}$ når $x \to \pm\infty$ og $R(x) = \frac{ax^n+...}{bx^n+...}$
- Linjen $y = \frac{a}{b}$ er *horisontal asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) =grad(Q)

- Eks: Skisser grafen for $f(x) = \frac{2x^2-5}{x^2+x-6}$.
- Igjen viser eksemplet typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to \frac{a}{b}$ når $x \to \pm\infty$ og $R(x) = \frac{ax^n+\dots}{bx^n+\dots}$
- Linjen $y = \frac{a}{b}$ er *horisontal asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) =grad(Q) + 1

- Eks: Skisser grafen for $g(y) = \frac{y^2}{y+1}$
- Igjen viser eksemplet typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to L(x)$ når $x \to \pm\infty$ der $L(x)$ finnes ved *Polynomdivisjon*
- Linjen $y = L(x)$ er *skrå asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) =grad(Q) + 1

- Eks: Skisser grafen for $g(y) = \frac{y^2}{y+1}$
- Igjen viser eksemplet typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to L(x)$ når $x \to \pm\infty$ der $L(x)$ finnes ved *Polynomdivisjon*
- Linjen $y = L(x)$ er *skrå asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) =grad(Q) + 1

- Eks: Skisser grafen for $g(y) = \frac{y^2}{y+1}$
- Igjen viser eksemplet typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to L(x)$ når $x \to \pm\infty$ der $L(x)$ finnes ved *Polynomdivisjon*
- Linjen $y = L(x)$ er *skrå asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) =grad(Q) $+ 1$

- Eks: Skisser grafen for $g(y) = \frac{y^2}{y+1}$
- Igjen viser eksemplet typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to L(x)$ når $x \to \pm\infty$ der $L(x)$ finnes ved *Polynomdivisjon*
- Linjen $y = L(x)$ er *skrå asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) =grad(Q) $+ 1$

- Eks: Skisser grafen for $g(y) = \frac{y^2}{y+1}$
- Igjen viser eksemplet typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to L(x)$ når $x \to \pm\infty$ der $L(x)$ finnes ved *Polynomdivisjon*
- Linjen $y = L(x)$ er *skrå asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

grad(P) =grad(Q) $+ 1$

- Eks: Skisser grafen for $g(y) = \frac{y^2}{y+1}$
- Igjen viser eksemplet typisk og generell oppførsel.
- $R(x) \to L(x)$ når $x \to \pm\infty$ der $L(x)$ finnes ved *Polynomdivisjon*
- Linjen $y = L(x)$ er *skrå asymptote*
- *Vertikale asymptoter* der $Q(x) = 0$.

Polynomdivisjon

- Notat om dette på nettet der tankegangen bak er forklart.
- I praksis er polynomdivisjon en "maskinell" handling - litt som derivasjon.
- Eks: Skriv om $\frac{x^2+x-6}{x+3}$ - kommentar?
- Eks: Skriv om $\frac{x^3+x^2+x+1}{x-1}$.

Polynomdivisjon

- Notat om dette på nettet der tankegangen bak er forklart.
- I praksis er polynomdivisjon en "maskinell" handling - litt som derivasjon.
- Eks: Skriv om $\frac{x^2+x-6}{x+3}$ - kommentar?
- Eks: Skriv om $\frac{x^3+x^2+x+1}{x-1}$.

Polynomdivisjon

- Notat om dette på nettet der tankegangen bak er forklart.
- I praksis er polynomdivisjon en ”maskinell” handling - litt som derivasjon.
- Eks: Skriv om $\frac{x^2+x-6}{x+3}$ - kommentar?
- Eks: Skriv om $\frac{x^3+x^2+x+1}{x-1}$.

Polynomdivisjon

- Notat om dette på nettet der tankegangen bak er forklart.
- I praksis er polynomdivisjon en "maskinell" handling - litt som derivasjon.
- Eks: Skriv om $\frac{x^2+x-6}{x+3}$ - kommentar?
- Eks: Skriv om $\frac{x^3+x^2+x+1}{x-1}$.

Polynomdivisjon

- Notat om dette på nettet der tankegangen bak er forklart.
- I praksis er polynomdivisjon en ”maskinell” handling - litt som derivasjon.
- Eks: Skriv om $\frac{x^2+x-6}{x+3}$ - kommentar?
- Eks: Skriv om $\frac{x^3+x^2+x+1}{x-1}$.

Outline

1. Rasjonale funksjoner
   - Recap: om rasjonale funksjoner
   - Grafer for rasjonale funksjoner
2. Modellering

- Et stykke blikk som er 40 *cm* bredt skal brettes langs midten. Hvor stort kan tverrsnittsarealet bli?
- En båt ligger 3 km utenfor en kystlinje. Hvis en svømmer rett inn på kysten og løper 5 km langs kysten ligger det et lite hus. Hvis en kan svømme i 4 m/s og løpe i 6 m/s hva er da kortest mulig tid en trenger på å nå huset fra båten?
- Hvis $x + y = 20$ hva kan da xy høyst være?.
- Hvis $x - y = 1$ hva er da maximum og minimum av $\frac{x^2+1}{y^2+1}$?
- Det skal lages runde skåler med rette sider. Sidematerialet koster 100 kroner pr kvadratdesimeter og bunnmaterialet koster 200 kroner pr kvadratdesimeter. Hvis skålene skal romme 1 liter, hva er da minste materialpris?

- Et stykke blikk som er 40 *cm* bredt skal brettes langs midten. Hvor stort kan tverrsnittsarealet bli?
- En båt ligger 3 km utenfor en kystlinje. Hvis en svømmer rett inn på kysten og løper 5 km langs kysten ligger det et lite hus. Hvis en kan svømme i 4 m/s og løpe i 6 m/s hva er da kortest mulig tid en trenger på å nå huset fra båten?
- Hvis $x + y = 20$ hva kan da xy høyst være?.
- Hvis $x - y = 1$ hva er da maximum og minimum av $\frac{x^2+1}{y^2+1}$?
- Det skal lages runde skåler med rette sider. Sidematerialet koster 100 kroner pr kvadratdesimeter og bunnmaterialet koster 200 kroner pr kvadratdesimeter. Hvis skålene skal romme 1 liter, hva er da minste materialpris?

- Et stykke blikk som er 40 *cm* bredt skal brettes langs midten. Hvor stort kan tverrsnittsarealet bli?
- En båt ligger 3 km utenfor en kystlinje. Hvis en svømmer rett inn på kysten og løper 5 km langs kysten ligger det et lite hus. Hvis en kan svømme i 4 m/s og løpe i 6 m/s hva er da kortest mulig tid en trenger på å nå huset fra båten?
- Hvis $x + y = 20$ hva kan da xy høyst være?.
- Hvis $x - y = 1$ hva er da maximum og minimum av $\frac{x^2+1}{y^2+1}$?
- Det skal lages runde skåler med rette sider. Sidematerialet koster 100 kroner pr kvadratdesimeter og bunnmaterialet koster 200 kroner pr kvadratdesimeter. Hvis skålene skal romme 1 liter, hva er da minste materialpris?

- Et stykke blikk som er 40 *cm* bredt skal brettes langs midten. Hvor stort kan tverrsnittsarealet bli?
- En båt ligger 3 km utenfor en kystlinje. Hvis en svømmer rett inn på kysten og løper 5 km langs kysten ligger det et lite hus. Hvis en kan svømme i 4 m/s og løpe i 6 m/s hva er da kortest mulig tid en trenger på å nå huset fra båten?
- Hvis $x + y = 20$ hva kan da xy høyst være?.
- Hvis $x - y = 1$ hva er da maximum og minimum av $\frac{x^2+1}{y^2+1}$?
- Det skal lages runde skåler med rette sider. Sidematerialet koster 100 kroner pr kvadratdesimeter og bunnmaterialet koster 200 kroner pr kvadratdesimeter. Hvis skålene skal romme 1 liter, hva er da minste materialpris?

- Et stykke blikk som er 40 *cm* bredt skal brettes langs midten. Hvor stort kan tverrsnittsarealet bli?
- En båt ligger 3 km utenfor en kystlinje. Hvis en svømmer rett inn på kysten og løper 5 km langs kysten ligger det et lite hus. Hvis en kan svømme i 4 m/s og løpe i 6 m/s hva er da kortest mulig tid en trenger på å nå huset fra båten?
- Hvis $x + y = 20$ hva kan da xy høyst være?.
- Hvis $x - y = 1$ hva er da maximum og minimum av $\frac{x^2+1}{y^2+1}$?
- Det skal lages runde skåler med rette sider. Sidematerialet koster 100 kroner pr kvadratdesimeter og bunnmaterialet koster 200 kroner pr kvadratdesimeter. Hvis skålene skal romme 1 liter, hva er da minste materialpris?

- Et stykke blikk som er 40 *cm* bredt skal brettes langs midten. Hvor stort kan tverrsnittsarealet bli?
- En båt ligger 3 km utenfor en kystlinje. Hvis en svømmer rett inn på kysten og løper 5 km langs kysten ligger det et lite hus. Hvis en kan svømme i 4 m/s og løpe i 6 m/s hva er da kortest mulig tid en trenger på å nå huset fra båten?
- Hvis $x + y = 20$ hva kan da xy høyst være?.
- Hvis $x - y = 1$ hva er da maximum og minimum av $\frac{x^2+1}{y^2+1}$?
- Det skal lages runde skåler med rette sider. Sidematerialet koster 100 kroner pr kvadratdesimeter og bunnmaterialet koster 200 kroner pr kvadratdesimeter. Hvis skålene skal romme 1 liter, hva er da minste materialpris?