MA0003 - 5. forelesning

Derivasjon

Steffen Junge

NTNU
Det skapende universitet

31. august 2009

Outline

Outline

Outline

Outline

Stigningstall til sekanter

- Et estimat for hvor mye en funksjon endrer seg i et gitt punkt x_0 er gitt ved stigningstallet til sekanten som skjærer punktene $(x_0, f(x_0))$ og $f(x_0 + h, f(x_0 + h))$ dette stigningstallet er:

$$\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{(x_0 + h) - x_0} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

- Dersom funksjonen er noenlunde ”pen” rundt x_0 er det intuitivt opplagt at dette estimatet blir bedre og bedre jo mindre h er.
- I grensen der $h \to 0$ vil dette stigningstallet være lik stigningstallet til tangenten for grafen til f i x_0.

Stigningstall til sekanter

- Et estimat for hvor mye en funksjon endrer seg i et gitt punkt x_0 er gitt ved stigningstallet til sekanten som skjærer punktene $(x_0, f(x_0))$ og $f(x_0 + h, f(x_0 + h))$ dette stigningstallet er:

$$\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{(x_0 + h) - x_0} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

- Dersom funksjonen er noenlunde "pen" rundt x_0 er det intuitivt opplagt at dette estimatet blir bedre og bedre jo mindre h er.
- I grensen der $h \to 0$ vil dette stigningstallet være lik stigningstallet til tangenten for grafen til f i x_0.

Stigningstall til sekanter

- Et estimat for hvor mye en funksjon endrer seg i et gitt punkt x_0 er gitt ved stigningstallet til sekanten som skjærer punktene $(x_0, f(x_0))$ og $f(x_0 + h, f(x_0 + h))$ dette stigningstallet er:

$$\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{(x_0 + h) - x_0} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

- Dersom funksjonen er noenlunde "pen" rundt x_0 er det intuitivt opplagt at dette estimatet blir bedre og bedre jo mindre h er.
- I grensen der $h \to 0$ vil dette stigningstallet være lik stigningstallet til tangenten for grafen til f i x_0.

Stigningstall til sekanter

- Et estimat for hvor mye en funksjon endrer seg i et gitt punkt x_0 er gitt ved stigningstallet til sekanten som skjærer punktene $(x_0, f(x_0))$ og $f(x_0 + h, f(x_0 + h))$ dette stigningstallet er:

$$\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{(x_0 + h) - x_0} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

- Dersom funksjonen er noenlunde ”pen” rundt x_0 er det intuitivt opplagt at dette estimatet blir bedre og bedre jo mindre h er.
- I grensen der $h \to 0$ vil dette stigningstallet være lik stigningstallet til tangenten for grafen til f i x_0.

Deriverbarhet

- Dersom grenseverdien
$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$
eksisterer med verdi L sier vi at f er *deriverbar* i x_0 med *derivert* $f'(x_0) = L$.
- Dersom f er deriverbar i alle punkter sier vi f er deriverbar og funksjonen $f'(x)$ kalles den deriverte til f.
- Deriverbarhet i et punkt x_0 betyr i hovedsak to svært viktige ting:
  - Tangenten i x_0 har stigningstall $f'(x_0)$
  - Grafen for f avviker svært lite fra en rett linje sett i liten skala rundt x_0.
- Begge disse observasjonene er helt essensielle for resten av dette kurset.

Deriverbarhet

- Dersom grenseverdien

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

eksisterer med verdi L sier vi at f er *deriverbar* i x_0 med *derivert* $f'(x_0) = L$.
- Dersom f er deriverbar i alle punkter sier vi f er deriverbar og funksjonen $f'(x)$ kalles den deriverte til f.
- Deriverbarhet i et punkt x_0 betyr i hovedsak to svært viktige ting:
  - Tangenten i x_0 har stigningstall $f'(x_0)$
  - Grafen for f avviker svært lite fra en rett linje sett i liten skala rundt x_0.
- Begge disse observasjonene er helt essensielle for resten av dette kurset.

Deriverbarhet

- Dersom grenseverdien

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

  eksisterer med verdi L sier vi at f er *deriverbar* i x_0 med *derivert* $f'(x_0) = L$.
- Dersom f er deriverbar i alle punkter sier vi f er deriverbar og funksjonen $f'(x)$ kalles den deriverte til f.
- Deriverbarhet i et punkt x_0 betyr i hovedsak to svært viktige ting:
  - Tangenten i x_0 har stigningstall $f'(x_0)$
  - Grafen for f avviker svært lite fra en rett linje sett i liten skala rundt x_0.
- Begge disse observasjonene er helt essensielle for resten av dette kurset.

Deriverbarhet

- Dersom grenseverdien

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

  eksisterer med verdi L sier vi at f er *deriverbar* i x_0 med *derivert* $f'(x_0) = L$.
- Dersom f er deriverbar i alle punkter sier vi f er deriverbar og funksjonen $f'(x)$ kalles den deriverte til f.
- Deriverbarhet i et punkt x_0 betyr i hovedsak to svært viktige ting:
  - Tangenten i x_0 har stigningstall $f'(x_0)$
  - Grafen for f avviker svært lite fra en rett linje sett i liten skala rundt x_0.
- Begge disse observasjonene er helt essensielle for resten av dette kurset.

Deriverbarhet

- Dersom grenseverdien

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

eksisterer med verdi L sier vi at f er *deriverbar* i x_0 med *derivert* $f'(x_0) = L$.

- Dersom f er deriverbar i alle punkter sier vi f er deriverbar og funksjonen $f'(x)$ kalles den deriverte til f.
- Deriverbarhet i et punkt x_0 betyr i hovedsak to svært viktige ting:
  - Tangenten i x_0 har stigningstall $f'(x_0)$
  - Grafen for f avviker svært lite fra en rett linje sett i liten skala rundt x_0.
- Begge disse observasjonene er helt essensielle for resten av dette kurset.

Deriverbarhet

- Dersom grenseverdien
$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$
eksisterer med verdi L sier vi at f er *deriverbar* i x_0 med *derivert* $f'(x_0) = L$.
- Dersom f er deriverbar i alle punkter sier vi f er deriverbar og funksjonen $f'(x)$ kalles den deriverte til f.
- Deriverbarhet i et punkt x_0 betyr i hovedsak to svært viktige ting:
  - Tangenten i x_0 har stigningstall $f'(x_0)$
  - Grafen for f avviker svært lite fra en rett linje sett i liten skala rundt x_0.
- Begge disse observasjonene er helt essensielle for resten av dette kurset.

Deriverbarhet

- Dersom grenseverdien
$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$
eksisterer med verdi L sier vi at f er *deriverbar* i x_0 med *derivert* $f'(x_0) = L$.
- Dersom f er deriverbar i alle punkter sier vi f er deriverbar og funksjonen $f'(x)$ kalles den deriverte til f.
- Deriverbarhet i et punkt x_0 betyr i hovedsak to svært viktige ting:
  - Tangenten i x_0 har stigningstall $f'(x_0)$
  - Grafen for f avviker svært lite fra en rett linje sett i liten skala rundt x_0.
- Begge disse observasjonene er helt essensielle for resten av dette kurset.

Outline

Beregning av deriverte - eksempler

- Beregn $f'(x)$ i følgende tilfeller:
- $f(x) = c$:

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{c-c}{h} = 0 \stackrel{h\to 0}{\longrightarrow} 0$$

- $f(x) = x^2$:

$$\begin{aligned}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} &= \frac{(x+h)^2-x^2}{h} \\ &= \frac{2xh+h^2}{h} \\ &= 2x+h \\ &\stackrel{h\to 0}{\longrightarrow} 2x\end{aligned}$$

Beregning av deriverte - eksempler

- Beregn $f'(x)$ i følgende tilfeller:
- $f(x) = c$:

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{c-c}{h} = 0 \xrightarrow{h\to 0} 0$$

- $f(x) = x^2$:

$$\begin{aligned}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} &= \frac{(x+h)^2-x^2}{h} \\ &= \frac{2xh+h^2}{h} \\ &= 2x+h \\ &\xrightarrow{h\to 0} 2x\end{aligned}$$

Beregning av deriverte - eksempler

- Beregn $f'(x)$ i følgende tilfeller:
- $f(x) = c$:

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{c-c}{h} = 0 \overset{h\to 0}{\longrightarrow} 0$$

- $f(x) = x^2$:

$$\begin{aligned} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} &= \frac{(x+h)^2-x^2}{h} \\ &= \frac{2xh+h^2}{h} \\ &= 2x+h \\ &\overset{h\to 0}{\longrightarrow} 2x \end{aligned}$$

Beregning av deriverte - eksempler

- Beregn $f'(x)$ i følgende tilfeller:
- $f(x) = c$:

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{c-c}{h} = 0 \overset{h\to 0}{\longrightarrow} 0$$

- $f(x) = x^2$:

$$\begin{aligned}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} &= \frac{(x+h)^2-x^2}{h} \\ &= \frac{2xh+h^2}{h} \\ &= 2x+h \\ &\overset{h\to 0}{\longrightarrow} 2x\end{aligned}$$

Deriverte

- Generellt har vi følgende deriverte:
  - $\frac{d}{dx} c = 0$
  - $\frac{d}{dx} x^a = ax^{a-1}$
  - $\frac{d}{dx} e^x = e^x$
  - $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$
- Dette er de eneste vi trenger i dette kurset!

Deriverte

- Generellt har vi følgende deriverte:
  - $\frac{d}{dx}c = 0$
  - $\frac{d}{dx}x^a = ax^{a-1}$
  - $\frac{d}{dx}e^x = e^x$
  - $\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$
- Dette er de eneste vi trenger i dette kurset!

Deriverte

- Generellt har vi følgende deriverte:
  - $\frac{d}{dx}c = 0$
  - $\frac{d}{dx}x^a = ax^{a-1}$
  - $\frac{d}{dx}e^x = e^x$
  - $\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$
- Dette er de eneste vi trenger i dette kurset!

Deriverte

- Generellt har vi følgende deriverte:
  - $\frac{d}{dx}c = 0$
  - $\frac{d}{dx}x^a = ax^{a-1}$
  - $\frac{d}{dx}e^x = e^x$
  - $\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$
- Dette er de eneste vi trenger i dette kurset!

Deriverte

- Generellt har vi følgende deriverte:
  - $\frac{d}{dx}c = 0$
  - $\frac{d}{dx}x^a = ax^{a-1}$
  - $\frac{d}{dx}e^x = e^x$
  - $\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$
- Dette er de eneste vi trenger i dette kurset!

Deriverte

- Generellt har vi følgende deriverte:
  - $\frac{d}{dx}c = 0$
  - $\frac{d}{dx}x^a = ax^{a-1}$
  - $\frac{d}{dx}e^x = e^x$
  - $\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$
- Dette er de eneste vi trenger i dette kurset!

Deriverte

- Generellt har vi følgende deriverte:
  - $\frac{d}{dx}c = 0$
  - $\frac{d}{dx}x^a = ax^{a-1}$
  - $\frac{d}{dx}e^x = e^x$
  - $\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$
- Dette er de eneste vi trenger i dette kurset!

Regneregler for deriverte

- La f og g være to deriverbare funksjoner, da gjelder
  - $\frac{d}{dx} cf(x) = cf'(x)$
  - $\frac{d}{dx}(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$
  - $\frac{d}{dx} = (f(x) \cdot g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
  - $\frac{d}{dx} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
  - $\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$ (Kjerneregelen).
- Det er helt helt helt essensielt å kunne *bruke* disse i blinde før eksamen.

Regneregler for deriverte

- La f og g være to deriverbare funksjoner, da gjelder
  - $\frac{d}{dx}cf(x) = cf'(x)$
  - $\frac{d}{dx}(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$
  - $\frac{d}{dx} = (f(x) \cdot g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
  - $\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
  - $\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$ (Kjerneregelen).
- Det er helt helt helt essensielt å kunne *bruke* disse i blinde før eksamen.

Regneregler for deriverte

- La f og g være to deriverbare funksjoner, da gjelder
  - $\frac{d}{dx}cf(x) = cf'(x)$
  - $\frac{d}{dx}(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$
  - $\frac{d}{dx} = (f(x) \cdot g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
  - $\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
  - $\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$ (Kjerneregelen).
- Det er helt helt helt essensielt å kunne *bruke* disse i blinde før eksamen.

Regneregler for deriverte

- La f og g være to deriverbare funksjoner, da gjelder
  - $\frac{d}{dx}cf(x) = cf'(x)$
  - $\frac{d}{dx}(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$
  - $\frac{d}{dx} = (f(x) \cdot g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
  - $\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
  - $\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$ (Kjerneregelen).
- Det er helt helt helt essensielt å kunne *bruke* disse i blinde før eksamen.

Regneregler for deriverte

- La f og g være to deriverbare funksjoner, da gjelder
  - $\frac{d}{dx} cf(x) = cf'(x)$
  - $\frac{d}{dx}(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$
  - $\frac{d}{dx} = (f(x) \cdot g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
  - $\frac{d}{dx} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
  - $\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$ (Kjerneregelen).
- Det er helt helt helt essensielt å kunne *bruke* disse i blinde før eksamen.

Regneregler for deriverte

- La f og g være to deriverbare funksjoner, da gjelder
  - $\frac{d}{dx}cf(x) = cf'(x)$
  - $\frac{d}{dx}(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$
  - $\frac{d}{dx} = (f(x) \cdot g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
  - $\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
  - $\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$ (Kjerneregelen).
- Det er helt helt helt essensielt å kunne *bruke* disse i blinde før eksamen.

Regneregler for deriverte

- La f og g være to deriverbare funksjoner, da gjelder
  - $\frac{d}{dx}cf(x) = cf'(x)$
  - $\frac{d}{dx}(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$
  - $\frac{d}{dx} = (f(x) \cdot g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
  - $\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
  - $\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$ (Kjerneregelen).
- Det er helt helt helt essensielt å kunne *bruke* disse i blinde før eksamen.

Regneregler for deriverte

- La f og g være to deriverbare funksjoner, da gjelder
  - $\frac{d}{dx} cf(x) = cf'(x)$
  - $\frac{d}{dx}(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$
  - $\frac{d}{dx} = (f(x) \cdot g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
  - $\frac{d}{dx} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
  - $\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$ (Kjerneregelen).
- Det er helt helt helt essensielt å kunne *bruke* disse i blinde før eksamen.

Derivasjon - Eksempler

- Deriver $f(x) = 2x^4$
- Deriver $y = e^x + 2\ln x$
- Deriver $y = x\ln x - x$
- Beregn $\frac{d}{dx}\frac{x^2+1}{e^x}$
- Deriver $g(t) = \frac{\ln t}{Cte^t}$

Derivasjon - Eksempler

- Deriver $f(x) = 2x^4$
- Deriver $y = e^x + 2\ln x$
- Deriver $y = x\ln x - x$
- Beregn $\frac{d}{dx}\frac{x^2+1}{e^x}$
- Deriver $g(t) = \frac{\ln t}{Cte^t}$

Derivasjon - Eksempler

- Deriver $f(x) = 2x^4$
- Deriver $y = e^x + 2\ln x$
- Deriver $y = x\ln x - x$
- Beregn $\frac{d}{dx}\frac{x^2+1}{e^x}$
- Deriver $g(t) = \frac{\ln t}{Cte^t}$

Derivasjon - Eksempler

- Deriver $f(x) = 2x^4$
- Deriver $y = e^x + 2\ln x$
- Deriver $y = x\ln x - x$
- Beregn $\frac{d}{dx}\frac{x^2+1}{e^x}$
- Deriver $g(t) = \frac{\ln t}{Cte^t}$

Derivasjon - Eksempler

- Deriver $f(x) = 2x^4$
- Deriver $y = e^x + 2\ln x$
- Deriver $y = x\ln x - x$
- Beregn $\frac{d}{dx}\frac{x^2+1}{e^x}$
- Deriver $g(t) = \frac{\ln t}{Cte^t}$

Derivasjon - Eksempler

- Deriver $f(x) = 2x^4$
- Deriver $y = e^x + 2\ln x$
- Deriver $y = x\ln x - x$
- Beregn $\frac{d}{dx}\frac{x^2+1}{e^x}$
- Deriver $g(t) = \frac{\ln t}{Cte^t}$

Bruk av kjerneregelen

- Deriver $y = \frac{1}{2}e^{x^2}$
- Deriver $y = \ln 3x$
- Deriver $f(x) = \sqrt{x^3 - 3}$
- Deriver $h(x) = \ln(\ln x)$
- Deriver $y = \frac{e^{5x}}{x^2}$
- Deriver $Y(t) = Ce^{\sqrt{t^2-1}}$

Bruk av kjerneregelen

- Deriver $y = \frac{1}{2}e^{x^2}$
- Deriver $y = \ln 3x$
- Deriver $f(x) = \sqrt{x^3 - 3}$
- Deriver $h(x) = \ln(\ln x)$
- Deriver $y = \frac{e^{5x}}{x^2}$
- Deriver $Y(t) = Ce^{\sqrt{t^2-1}}$

Bruk av kjerneregelen

- Deriver $y = \frac{1}{2}e^{x^2}$
- Deriver $y = \ln 3x$
- Deriver $f(x) = \sqrt{x^3 - 3}$
- Deriver $h(x) = \ln(\ln x)$
- Deriver $y = \frac{e^{5x}}{x^2}$
- Deriver $Y(t) = Ce^{\sqrt{t^2-1}}$

Bruk av kjerneregelen

- Deriver $y = \frac{1}{2}e^{x^2}$
- Deriver $y = \ln 3x$
- Deriver $f(x) = \sqrt{x^3 - 3}$
- Deriver $h(x) = \ln(\ln x)$
- Deriver $y = \frac{e^{5x}}{x^2}$
- Deriver $Y(t) = Ce^{\sqrt{t^2-1}}$

Bruk av kjerneregelen

- Deriver $y = \frac{1}{2}e^{x^2}$
- Deriver $y = \ln 3x$
- Deriver $f(x) = \sqrt{x^3 - 3}$
- Deriver $h(x) = \ln(\ln x)$
- Deriver $y = \frac{e^{5x}}{x^2}$
- Deriver $Y(t) = Ce^{\sqrt{t^2-1}}$

Bruk av kjerneregelen

- Deriver $y = \frac{1}{2}e^{x^2}$
- Deriver $y = \ln 3x$
- Deriver $f(x) = \sqrt{x^3 - 3}$
- Deriver $h(x) = \ln(\ln x)$
- Deriver $y = \frac{e^{5x}}{x^2}$
- Deriver $Y(t) = Ce^{\sqrt{t^2-1}}$

Bruk av kjerneregelen

- Deriver $y = \frac{1}{2}e^{x^2}$
- Deriver $y = \ln 3x$
- Deriver $f(x) = \sqrt{x^3 - 3}$
- Deriver $h(x) = \ln(\ln x)$
- Deriver $y = \frac{e^{5x}}{x^2}$
- Deriver $Y(t) = Ce^{\sqrt{t^2-1}}$

Outline

Outline

1. Derivasjon
   - Definisjonen
   - Beregning av deriverte
2. Kurvedrøfting
   - Monotoniforhold

Voksende og avtagende funksjoner

- Vi sier at f er voksende dersom $f(x) < f(y)$ bare skjer hvis $x < y$.
- Vi sier at f er avtagende dersom $f(x) < f(y)$ bare skjer hvis $x > y$.
- Bemerk at definisjonen ikke har noe med deriverte på gjøre
- MEN dersom f er deriverbar kan vi ikke overraskende knytte *monotoniforhold* mot fortegnet til den deriverte.

Voksende og avtagende funksjoner

- Vi sier at f er voksende dersom $f(x) < f(y)$ bare skjer hvis $x < y$.
- Vi sier at f er avtagende dersom $f(x) < f(y)$ bare skjer hvis $x > y$.
- Bemerk at definisjonen ikke har noe med deriverte på gjøre
- MEN dersom f er deriverbar kan vi ikke overraskende knytte *monotoniforhold* mot fortegnet til den deriverte.

Voksende og avtagende funksjoner

- Vi sier at f er voksende dersom $f(x) < f(y)$ bare skjer hvis $x < y$.
- Vi sier at f er avtagende dersom $f(x) < f(y)$ bare skjer hvis $x > y$.
- Bemerk at definisjonen ikke har noe med deriverte på gjøre
- MEN dersom f er deriverbar kan vi ikke overraskende knytte *monotoniforhold* mot fortegnet til den deriverte.

Voksende og avtagende funksjoner

- Vi sier at f er voksende dersom $f(x) < f(y)$ bare skjer hvis $x < y$.
- Vi sier at f er avtagende dersom $f(x) < f(y)$ bare skjer hvis $x > y$.
- Bemerk at definisjonen ikke har noe med deriverte på gjøre
- MEN dersom f er deriverbar kan vi ikke overraskende knytte *monotoniforhold* mot fortegnet til den deriverte.

Voksende og avtagende funksjoner

- Vi sier at f er voksende dersom $f(x) < f(y)$ bare skjer hvis $x < y$.
- Vi sier at f er avtagende dersom $f(x) < f(y)$ bare skjer hvis $x > y$.
- Bemerk at definisjonen ikke har noe med deriverte på gjøre
- MEN dersom f er deriverbar kan vi ikke overraskende knytte *monotoniforhold* mot fortegnet til den deriverte.

Fortegnet til den deriverte

- Anta $f'(x_0) > 0$.
- Er $|h|$ liten nok vil da $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} > 0$
- M.a.o.er $f(x_0 + h) > f(x_0)$ og $f(x_0 - h) < f(x_0)$ når h er liten og positiv.
- Dette indikerer at f er voksende rundt et punkt der f' er positiv.
- Et tilsvarende argument gir at f er avtagende hvis f' er negativ.

Fortegnet til den deriverte

- Anta $f'(x_0) > 0$.
- Er $|h|$ liten nok vil da $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} > 0$
- M.a.o.er $f(x_0+h) > f(x_0)$ og $f(x_0-h) < f(x_0)$ når h er liten og positiv.
- Dette indikerer at f er voksende rundt et punkt der f' er positiv.
- Et tilsvarende argument gir at f er avtagende hvis f' er negativ.

Fortegnet til den deriverte

- Anta $f'(x_0) > 0$.
- Er $|h|$ liten nok vil da $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} > 0$
- M.a.o.er $f(x_0+h) > f(x_0)$ og $f(x_0-h) < f(x_0)$ når h er liten og positiv.
- Dette indikerer at f er voksende rundt et punkt der f' er positiv.
- Et tilsvarende argument gir at f er avtagende hvis f' er negativ.

Fortegnet til den deriverte

- Anta $f'(x_0) > 0$.
- Er $|h|$ liten nok vil da $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} > 0$
- M.a.o.er $f(x_0 + h) > f(x_0)$ og $f(x_0 - h) < f(x_0)$ når h er liten og positiv.
- Dette indikerer at f er voksende rundt et punkt der f' er positiv.
- Et tilsvarende argument gir at f er avtagende hvis f' er negativ.

Fortegnet til den deriverte

- Anta $f'(x_0) > 0$.
- Er $|h|$ liten nok vil da $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} > 0$
- M.a.o.er $f(x_0+h) > f(x_0)$ og $f(x_0-h) < f(x_0)$ når h er liten og positiv.
- Dette indikerer at f er voksende rundt et punkt der f' er positiv.
- Et tilsvarende argument gir at f er avtagende hvis f' er negativ.

Fortegnet til den deriverte

- Anta $f'(x_0) > 0$.
- Er $|h|$ liten nok vil da $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} > 0$
- M.a.o.er $f(x_0 + h) > f(x_0)$ og $f(x_0 - h) < f(x_0)$ når h er liten og positiv.
- Dette indikerer at f er voksende rundt et punkt der f' er positiv.
- Et tilsvarende argument gir at f er avtagende hvis f' er negativ.

Lokale ekstrema

- Vi sier f har maksimum i x_0 dersom det finns et lite intervall $I = (x_0 - h, x_0 + h)$ slik at hvis $x \in I$ da er $f(x) < f(x_0)$
- Vi sier f har minimum i x_0 dersom det finns et lite intervall $I = (x_0 - h, x_0 + h)$ slik at hvis $x \in I$ da er $f(x) > f(x_0)$
- I begge tilfeller kan hverken f være voksende eller avtagende.
- Hvis f er deriverbar i x_0 *må* da $f'(x_0) = 0$.
- Noe som for øvrig stemmer overens med intuisjonen at et toppunkt på en graf har horisontal tangent.

Lokale ekstrema

- Vi sier f har maksimum i x_0 dersom det finns et lite intervall $I = (x_0 - h, x_0 + h)$ slik at hvis $x \in I$ da er $f(x) < f(x_0)$
- Vi sier f har minimum i x_0 dersom det finns et lite intervall $I = (x_0 - h, x_0 + h)$ slik at hvis $x \in I$ da er $f(x) > f(x_0)$
- I begge tilfeller kan hverken f være voksende eller avtagende.
- Hvis f er deriverbar i x_0 *må* da $f'(x_0) = 0$.
- Noe som for øvrig stemmer overens med intuisjonen at et toppunkt på en graf har horisontal tangent.

Lokale ekstrema

- Vi sier f har maksimum i x_0 dersom det finns et lite intervall $I = (x_0 - h, x_0 + h)$ slik at hvis $x \in I$ da er $f(x) < f(x_0)$
- Vi sier f har minimum i x_0 dersom det finns et lite intervall $I = (x_0 - h, x_0 + h)$ slik at hvis $x \in I$ da er $f(x) > f(x_0)$
- I begge tilfeller kan hverken f være voksende eller avtagende.
- Hvis f er deriverbar i x_0 *må* da $f'(x_0) = 0$.
- Noe som for øvrig stemmer overens med intuisjonen at et toppunkt på en graf har horisontal tangent.

Lokale ekstrema

- Vi sier f har maksimum i x_0 dersom det finns et lite intervall $I = (x_0 - h, x_0 + h)$ slik at hvis $x \in I$ da er $f(x) < f(x_0)$
- Vi sier f har minimum i x_0 dersom det finns et lite intervall $I = (x_0 - h, x_0 + h)$ slik at hvis $x \in I$ da er $f(x) > f(x_0)$
- I begge tilfeller kan hverken f være voksende eller avtagende.
- Hvis f er deriverbar i x_0 *må* da $f'(x_0) = 0$.
- Noe som for øvrig stemmer overens med intuisjonen at et toppunkt på en graf har horisontal tangent.

Lokale ekstrema

- Vi sier f har maksimum i x_0 dersom det finns et lite intervall $I = (x_0 - h, x_0 + h)$ slik at hvis $x \in I$ da er $f(x) < f(x_0)$
- Vi sier f har minimum i x_0 dersom det finns et lite intervall $I = (x_0 - h, x_0 + h)$ slik at hvis $x \in I$ da er $f(x) > f(x_0)$
- I begge tilfeller kan hverken f være voksende eller avtagende.
- Hvis f er deriverbar i x_0 *må* da $f'(x_0) = 0$.
- Noe som for øvrig stemmer overens med intuisjonen at et toppunkt på en graf har horisontal tangent.

Lokale ekstrema

- Vi sier f har maksimum i x_0 dersom det finns et lite intervall $I = (x_0 - h, x_0 + h)$ slik at hvis $x \in I$ da er $f(x) < f(x_0)$
- Vi sier f har minimum i x_0 dersom det finns et lite intervall $I = (x_0 - h, x_0 + h)$ slik at hvis $x \in I$ da er $f(x) > f(x_0)$
- I begge tilfeller kan hverken f være voksende eller avtagende.
- Hvis f er deriverbar i x_0 *må* da $f'(x_0) = 0$.
- Noe som for øvrig stemmer overens med intuisjonen at et toppunkt på en graf har horisontal tangent.

Kurvedrøfting

- Vi er ofte interessert i følgende egenskaper til en grafen for en deriverbar funksjon f:
- Hvor er f voksende, d.v.s hvor er $f'(x) > 0$.
- Hvor er f avtagende, d.v.s.hvor er $f'(x) < 0$.
- Hvor har f lokale/globale ekstrema?
  - Punkt der f ikke er deriverbar.
  - Punkter der $f'(x) = 0$
  - Disse kalles undet ett *kritiske* punkt.
- Nullpunkter til f.

Kurvedrøfting

- Vi er ofte interessert i følgende egenskaper til en grafen for en deriverbar funksjon f:
- Hvor er f voksende, d.v.s hvor er $f'(x) > 0$.
- Hvor er f avtagende, d.v.s.hvor er $f'(x) < 0$.
- Hvor har f lokale/globale ekstrema?
  - Punkt der f ikke er deriverbar.
  - Punkter der $f'(x) = 0$
  - Disse kalles undet ett *kritiske* punkt.
- Nullpunkter til f.

Kurvedrøfting

- Vi er ofte interessert i følgende egenskaper til en grafen for en deriverbar funksjon f:
- Hvor er f voksende, d.v.s hvor er $f'(x) > 0$.
- Hvor er f avtagende, d.v.s.hvor er $f'(x) < 0$.
- Hvor har f lokale/globale ekstrema?
  - Punkt der f ikke er deriverbar.
  - Punkter der $f'(x) = 0$
  - Disse kalles undet ett *kritiske* punkt.
- Nullpunkter til f.

Kurvedrøfting

- Vi er ofte interessert i følgende egenskaper til en grafen for en deriverbar funksjon f:
- Hvor er f voksende, d.v.s hvor er $f'(x) > 0$.
- Hvor er f avtagende, d.v.s.hvor er $f'(x) < 0$.
- Hvor har f lokale/globale ekstrema?
  - Punkt der f ikke er deriverbar.
  - Punkter der $f'(x) = 0$
  - Disse kalles undet ett *kritiske* punkt.
- Nullpunkter til f.

Kurvedrøfting

- Vi er ofte interessert i følgende egenskaper til en grafen for en deriverbar funksjon f:
- Hvor er f voksende, d.v.s hvor er $f'(x) > 0$.
- Hvor er f avtagende, d.v.s.hvor er $f'(x) < 0$.
- Hvor har f lokale/globale ekstrema?
  - Punkt der f ikke er deriverbar.
  - Punkter der $f'(x) = 0$
  - Disse kalles undet ett *kritiske* punkt.
- Nullpunkter til f.

Kurvedrøfting

- Vi er ofte interessert i følgende egenskaper til en grafen for en deriverbar funksjon f:
- Hvor er f voksende, d.v.s hvor er $f'(x) > 0$.
- Hvor er f avtagende, d.v.s.hvor er $f'(x) < 0$.
- Hvor har f lokale/globale ekstrema?
  - Punkt der f ikke er deriverbar.
  - Punkter der $f'(x) = 0$
  - Disse kalles undet ett *kritiske* punkt.
- Nullpunkter til f.

Kurvedrøfting

- Vi er ofte interessert i følgende egenskaper til en grafen for en deriverbar funksjon f:
- Hvor er f voksende, d.v.s hvor er $f'(x) > 0$.
- Hvor er f avtagende, d.v.s.hvor er $f'(x) < 0$.
- Hvor har f lokale/globale ekstrema?
  - Punkt der f ikke er deriverbar.
  - Punkter der $f'(x) = 0$
  - Disse kalles undet ett *kritiske* punkt.
- Nullpunkter til f.

Kurvedrøfting

- Vi er ofte interessert i følgende egenskaper til en grafen for en deriverbar funksjon f:
- Hvor er f voksende, d.v.s hvor er $f'(x) > 0$.
- Hvor er f avtagende, d.v.s.hvor er $f'(x) < 0$.
- Hvor har f lokale/globale ekstrema?
  - Punkt der f ikke er deriverbar.
  - Punkter der $f'(x) = 0$
  - Disse kalles undet ett *kritiske* punkt.
- Nullpunkter til f.

Kurvedrøfting

- Vi er ofte interessert i følgende egenskaper til en grafen for en deriverbar funksjon f:
- Hvor er f voksende, d.v.s hvor er $f'(x) > 0$.
- Hvor er f avtagende, d.v.s.hvor er $f'(x) < 0$.
- Hvor har f lokale/globale ekstrema?
  - Punkt der f ikke er deriverbar.
  - Punkter der $f'(x) = 0$
  - Disse kalles undet ett *kritiske* punkt.
- Nullpunkter til f.

Drøfting

- Drøft $g(t) = te^{-t^2}$.
- Drøft $P(x) = x(\frac{x^2}{3} - 1)$.
- Døft $Q(x) = 2x^3 - x^4$.
- Drøft $y = x^{\frac{2}{3}} + 1$.

Drøfting

- Drøft $g(t) = te^{-t^2}$.
- Drøft $P(x) = x(\frac{x^2}{3} - 1)$.
- Døft $Q(x) = 2x^3 - x^4$.
- Drøft $y = x^{\frac{2}{3}} + 1$.

Drøfting

- Drøft $g(t) = te^{-t^2}$.
- Drøft $P(x) = x(\frac{x^2}{3} - 1)$.
- Døft $Q(x) = 2x^3 - x^4$.
- Drøft $y = x^{\frac{2}{3}} + 1$.

Drøfting

- Drøft $g(t) = te^{-t^2}$.
- Drøft $P(x) = x(\frac{x^2}{3} - 1)$.
- Døft $Q(x) = 2x^3 - x^4$.
- Drøft $y = x^{\frac{2}{3}} + 1$.

Drøfting

- Drøft $g(t) = te^{-t^2}$.
- Drøft $P(x) = x(\frac{x^2}{3} - 1)$.
- Døft $Q(x) = 2x^3 - x^4$.
- Drøft $y = x^{\frac{2}{3}} + 1$.