MA0003 - 3. forelesning

Funksjoner og Potenser

Steffen Junge

NTNU
Det skapende universitet

24. august 2009

Outline

Outline

Outline

Outline

Generellt om funksjoner

- Sist så vi at vi ofte omtaler eksplisitte ligninger som for eksempel $y = x^2 - 1$ som funksjoner. For å understreke at y er gitt eksplisitt ved x skrev vi også dette som eksempelvis $y(x) = x^2 - 1$.
- Det er rett men funksjonsbegrepet er litt mer generellt.
- En funksjon f defineres som en regel som til hvert tall x i en mengde D_f, kallet *definisjonsmengden* tilordner presis ett tall $f(x)$.
- Mengden av alle tall som funksjonen f treffer kalles *bildet* til f og skrives $f(D_f)$.
- Gitt en funksjon f sier vi at den *naturlige definisjonsmengde* er alle x der uttrykket for f gir mening.

Generellt om funksjoner

- Sist så vi at vi ofte omtaler eksplisitte ligninger som for eksempel $y = x^2 - 1$ som funksjoner. For å understreke at y er gitt eksplisitt ved x skrev vi også dette som eksempelvis $y(x) = x^2 - 1$.
- Det er rett men funksjonsbegrepet er litt mer generellt.
- En funksjon f defineres som en regel som til hvert tall x i en mengde D_f, kallet *definisjonsmengden* tilordner presis ett tall $f(x)$.
- Mengden av alle tall som funksjonen f treffer kalles *bildet* til f og skrives $f(D_f)$.
- Gitt en funksjon f sier vi at den *naturlige definisjonsmengde* er alle x der uttrykket for f gir mening.

Generellt om funksjoner

- Sist så vi at vi ofte omtaler eksplisitte ligninger som for eksempel $y = x^2 - 1$ som funksjoner. For å understreke at y er gitt eksplisitt ved x skrev vi også dette som eksempelvis $y(x) = x^2 - 1$.
- Det er rett men funksjonsbegrepet er litt mer generellt.
- En funksjon f defineres som en regel som til hvert tall x i en mengde D_f, kallet *definisjonsmengden* tilordner presis ett tall $f(x)$.
- Mengden av alle tall som funksjonen f treffer kalles *bildet* til f og skrives $f(D_f)$.
- Gitt en funksjon f sier vi at den *naturlige definisjonsmengde* er alle x der uttrykket for f gir mening.

Generellt om funksjoner

- Sist så vi at vi ofte omtaler eksplisitte ligninger som for eksempel $y = x^2 - 1$ som funksjoner. For å understreke at y er gitt eksplisitt ved x skrev vi også dette som eksempelvis $y(x) = x^2 - 1$.
- Det er rett men funksjonsbegrepet er litt mer generellt.
- En funksjon f defineres som en regel som til hvert tall x i en mengde D_f, kallet *definisjonsmengden* tilordner presis ett tall $f(x)$.
- Mengden av alle tall som funksjonen f treffer kalles *bildet* til f og skrives $f(D_f)$.
- Gitt en funksjon f sier vi at den *naturlige definisjonsmengde* er alle x der uttrykket for f gir mening.

Generellt om funksjoner

- Sist så vi at vi ofte omtaler eksplisitte ligninger som for eksempel $y = x^2 - 1$ som funksjoner. For å understreke at y er gitt eksplisitt ved x skrev vi også dette som eksempelvis $y(x) = x^2 - 1$.
- Det er rett men funksjonsbegrepet er litt mer generellt.
- En funksjon f defineres som en regel som til hvert tall x i en mengde D_f, kallet *definisjonsmengden* tilordner presis ett tall $f(x)$.
- Mengden av alle tall som funksjonen f treffer kalles *bildet* til f og skrives $f(D_f)$.
- Gitt en funksjon f sier vi at den *naturlige definisjonsmengde* er alle x der uttrykket for f gir mening.

Generellt om funksjoner

- Sist så vi at vi ofte omtaler eksplisitte ligninger som for eksempel $y = x^2 - 1$ som funksjoner. For å understreke at y er gitt eksplisitt ved x skrev vi også dette som eksempelvis $y(x) = x^2 - 1$.
- Det er rett men funksjonsbegrepet er litt mer generellt.
- En funksjon f defineres som en regel som til hvert tall x i en mengde D_f, kallet *definisjonsmengden* tilordner presis ett tall $f(x)$.
- Mengden av alle tall som funksjonen f treffer kalles *bildet* til f og skrives $f(D_f)$.
- Gitt en funksjon f sier vi at den *naturlige definisjonsmengde* er alle x der uttrykket for f gir mening.

Funksjoner - eksempler

- Tegn grafen for $f(x) = x^2$, $D_f = [-1, 2)$.
- Hva er den naturlige definisjonsmende for $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$.
- Hva er bildet til $y(x) = \frac{1}{x}$
- Tegn grafen for

$$s(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & x \in [-1, 1] \\ 1 & x \in (1, 3) \end{cases}$$

- Hva er $g(x) = f(x - 2)$ når $f(x) = x^2$? graf?
- Grafen for $f(\triangle) = 2\triangle + 1$, $\triangle \in (-2, 3]$?

Funksjoner - eksempler

- Tegn grafen for $f(x) = x^2$, $D_f = [-1, 2)$.
- Hva er den naturlige definisjonsmende for $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$.
- Hva er bildet til $y(x) = \frac{1}{x}$
- Tegn grafen for

$$s(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & x \in [-1, 1] \\ 1 & x \in (1, 3) \end{cases}$$

- Hva er $g(x) = f(x - 2)$ når $f(x) = x^2$? graf?
- Grafen for $f(\triangle) = 2\triangle + 1$, $\triangle \in (-2, 3]$?

Funksjoner - eksempler

- Tegn grafen for $f(x) = x^2$, $D_f = [-1, 2)$.
- Hva er den naturlige definisjonsmende for $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$.
- Hva er bildet til $y(x) = \frac{1}{x}$
- Tegn grafen for

$$s(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & x \in [-1, 1] \\ 1 & x \in (1, 3) \end{cases}$$

- Hva er $g(x) = f(x - 2)$ når $f(x) = x^2$? graf?
- Grafen for $f(\triangle) = 2\triangle + 1$, $\triangle \in (-2, 3]$?

Funksjoner - eksempler

- Tegn grafen for $f(x) = x^2$, $D_f = [-1, 2)$.
- Hva er den naturlige definisjonsmende for $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$.
- Hva er bildet til $y(x) = \frac{1}{x}$
- Tegn grafen for

$$s(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & x \in [-1, 1] \\ 1 & x \in (1, 3) \end{cases}$$

- Hva er $g(x) = f(x - 2)$ når $f(x) = x^2$? graf?
- Grafen for $f(\triangle) = 2\triangle + 1$, $\triangle \in (-2, 3]$?

Funksjoner - eksempler

- Tegn grafen for $f(x) = x^2$, $D_f = [-1, 2)$.
- Hva er den naturlige definisjonsmende for $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$.
- Hva er bildet til $y(x) = \frac{1}{x}$
- Tegn grafen for

$$s(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & x \in [-1, 1] \\ 1 & x \in (1, 3) \end{cases}$$

- Hva er $g(x) = f(x - 2)$ når $f(x) = x^2$? graf?
- Grafen for $f(\triangle) = 2\triangle + 1$, $\triangle \in (-2, 3]$?

Funksjoner - eksempler

- Tegn grafen for $f(x) = x^2$, $D_f = [-1, 2)$.
- Hva er den naturlige definisjonsmende for $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$.
- Hva er bildet til $y(x) = \frac{1}{x}$
- Tegn grafen for

$$s(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & x \in [-1, 1] \\ 1 & x \in (1, 3) \end{cases}$$

- Hva er $g(x) = f(x - 2)$ når $f(x) = x^2$? graf?
- Grafen for $f(\triangle) = 2\triangle + 1$, $\triangle \in (-2, 3]$?

Funksjoner - eksempler

- Tegn grafen for $f(x) = x^2$, $D_f = [-1, 2)$.
- Hva er den naturlige definisjonsmende for $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$.
- Hva er bildet til $y(x) = \frac{1}{x}$
- Tegn grafen for

$$s(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & x \in [-1, 1] \\ 1 & x \in (1, 3) \end{cases}$$

- Hva er $g(x) = f(x - 2)$ når $f(x) = x^2$? graf?
- Grafen for $f(\triangle) = 2\triangle + 1$, $\triangle \in (-2, 3]$?

Outline

- Lineære funksjoner: $f(x) = \alpha x + b$, $D_f = \mathbb{R}$
- Polynom av grad n: $P(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$, $D_P = \mathbb{R}$
- Rasjonale funksjoner: $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ der P og Q er polynom. $D_R = \{x | Q(x) \neq 0\}$.
- Eks: Tegn grafen for $g(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$.
- Eks: Tegn grafen for $h(t) = \frac{1}{x^2-1}$
- Svært å gi generelle retningslinjer for utseendet til grafer for rasjonale funksjoner utenom vertikale *asymptoter* der nevneren Q er null.

- Lineære funksjoner: $f(x) = \alpha x + b$, $D_f = \mathbb{R}$
- Polynom av grad n: $P(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$, $D_P = \mathbb{R}$
- Rasjonale funksjoner: $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ der P og Q er polynom. $D_R = \{x | Q(x) \neq 0\}$.
- Eks: Tegn grafen for $g(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$.
- Eks: Tegn grafen for $h(t) = \frac{1}{x^2-1}$
- Svært å gi generelle retningslinjer for utseendet til grafer for rasjonale funksjoner utenom vertikale *asymptoter* der nevneren Q er null.

- Lineære funksjoner: $f(x) = \alpha x + b$, $D_f = \mathbb{R}$
- Polynom av grad n: $P(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$, $D_P = \mathbb{R}$
- Rasjonale funksjoner: $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ der P og Q er polynom. $D_R = \{x | Q(x) \neq 0\}$.
- Eks: Tegn grafen for $g(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$.
- Eks: Tegn grafen for $h(t) = \frac{1}{x^2-1}$
- Svært å gi generelle retningslinjer for utseendet til grafer for rasjonale funksjoner utenom vertikale *asymptoter* der nevneren Q er null.

- Lineære funksjoner: $f(x) = \alpha x + b$, $D_f = \mathbb{R}$
- Polynom av grad n: $P(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$, $D_P = \mathbb{R}$
- Rasjonale funksjoner: $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ der P og Q er polynom. $D_R = \{x | Q(x) \neq 0\}$.
- Eks: Tegn grafen for $g(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$.
- Eks: Tegn grafen for $h(t) = \frac{1}{x^2-1}$
- Vanskelig å gi generelle retningslinjer for utseendet til grafer for rasjonale funksjoner utenom vertikale *asymptoter* der nevneren Q er null.

- Lineære funksjoner: $f(x) = \alpha x + b$, $D_f = \mathbb{R}$
- Polynom av grad n: $P(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$, $D_P = \mathbb{R}$
- Rasjonale funksjoner: $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ der P og Q er polynom. $D_R = \{x | Q(x) \neq 0\}$.
- Eks: Tegn grafen for $g(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$.
- Eks: Tegn grafen for $h(t) = \frac{1}{x^2-1}$
- Svært å gi generelle retningslinjer for utseendet til grafer for rasjonale funksjoner utenom vertikale *asymptoter* der nevneren Q er null.

- Lineære funksjoner: $f(x) = \alpha x + b$, $D_f = \mathbb{R}$
- Polynom av grad n: $P(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$, $D_P = \mathbb{R}$
- Rasjonale funksjoner: $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ der P og Q er polynom. $D_R = \{x | Q(x) \neq 0\}$.
- Eks: Tegn grafen for $g(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$.
- Eks: Tegn grafen for $h(t) = \frac{1}{x^2-1}$
- Svært å gi generelle retningslinjer for utseendet til grafer for rasjonale funksjoner utenom vertikale *asymptoter* der nevneren Q er null.

- Lineære funksjoner: $f(x) = \alpha x + b$, $D_f = \mathbb{R}$
- Polynom av grad n: $P(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$, $D_P = \mathbb{R}$
- Rasjonale funksjoner: $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ der P og Q er polynom. $D_R = \{x | Q(x) \neq 0\}$.
- Eks: Tegn grafen for $g(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$.
- Eks: Tegn grafen for $h(t) = \frac{1}{x^2-1}$
- Svært å gi generelle retningslinjer for utseendet til grafer for rasjonale funksjoner utenom vertikale *asymptoter* der nevneren Q er null.

Outline

- Gitt to funksjoner f og g. Anta vi først bruker g på et tall x og deretter f på tallet $g(x)$. Da har vi en funksjon som sender x på $f(g(x))$. Vi skriver $f \circ g$ for denne funksjonen $x \mapsto f(g(x))$ og kaller den *komposisjonen* eller *sammensetningen* av f og g.
- Det er svært viktig i dette kurset å kunne gjennomskue hvilke funksjoner en sammensatt funksjon er en sammensetning av!
- Eks: Gitt at $f(x) = \sqrt{x}$ og $g(x) = x^2 - 4$, hva er $f \circ g$ og hva er $g \circ f$?
- Eks: Dekomponer $y(x) = (2x - 2)^3$.
- Eks: Dekomponer $j(y) = \sqrt{\sqrt{y}}$
- Eks: Dekomponer $f(t) = \sqrt{\frac{1}{x^2-1}}$

- Gitt to funksjoner f og g. Anta vi først bruker g på et tall x og deretter f på tallet $g(x)$. Da har vi en funksjon som sender x på $f(g(x))$. Vi skriver $f \circ g$ for denne funksjonen $x \mapsto f(g(x))$ og kaller den *komposisjonen* eller *sammensetningen* av f og g.
- Det er svært viktig i dette kurset å kunne gjennomskue hvilke funksjoner en sammensatt funksjon er en sammensetning av!
- Eks: Gitt at $f(x) = \sqrt{x}$ og $g(x) = x^2 - 4$, hva er $f \circ g$ og hva er $g \circ f$?
- Eks: Dekomponer $y(x) = (2x - 2)^3$.
- Eks: Dekomponer $j(y) = \sqrt{\sqrt{y}}$
- Eks: Dekomponer $f(t) = \sqrt{\frac{1}{x^2-1}}$

- Gitt to funksjoner f og g. Anta vi først bruker g på et tall x og deretter f på tallet $g(x)$. Da har vi en funksjon som sender x på $f(g(x))$. Vi skriver $f \circ g$ for denne funksjonen $x \mapsto f(g(x))$ og kaller den *komposisjonen* eller *sammensetningen* av f og g.
- Det er svært viktig i dette kurset å kunne gjennomskue hvilke funksjoner en sammensatt funksjon er en sammensetning av!
- Eks: Gitt at $f(x) = \sqrt{x}$ og $g(x) = x^2 - 4$, hva er $f \circ g$ og hva er $g \circ f$?
- Eks: Dekomponer $y(x) = (2x - 2)^3$.
- Eks: Dekomponer $j(y) = \sqrt{\sqrt{y}}$
- Eks: Dekomponer $f(t) = \sqrt{\frac{1}{x^2-1}}$

- Gitt to funksjoner f og g. Anta vi først bruker g på et tall x og deretter f på tallet $g(x)$. Da har vi en funksjon som sender x på $f(g(x))$. Vi skriver $f \circ g$ for denne funksjonen $x \mapsto f(g(x))$ og kaller den *komposisjonen* eller *sammensetningen* av f og g.
- Det er svært viktig i dette kurset å kunne gjennomskue hvilke funksjoner en sammensatt funksjon er en sammensetning av!
- Eks: Gitt at $f(x) = \sqrt{x}$ og $g(x) = x^2 - 4$, hva er $f \circ g$ og hva er $g \circ f$?
- Eks: Dekomponer $y(x) = (2x - 2)^3$.
- Eks: Dekomponer $j(y) = \sqrt{\sqrt{y}}$
- Eks: Dekomponer $f(t) = \sqrt{\frac{1}{x^2-1}}$

- Gitt to funksjoner f og g. Anta vi først bruker g på et tall x og deretter f på tallet $g(x)$. Da har vi en funksjon som sender x på $f(g(x))$. Vi skriver $f \circ g$ for denne funksjonen $x \mapsto f(g(x))$ og kaller den *komposisjonen* eller *sammensetningen* av f og g.
- Det er svært viktig i dette kurset å kunne gjennomskue hvilke funksjoner en sammensatt funksjon er en sammensetning av!
- Eks: Gitt at $f(x) = \sqrt{x}$ og $g(x) = x^2 - 4$, hva er $f \circ g$ og hva er $g \circ f$?
- Eks: Dekomponer $y(x) = (2x - 2)^3$.
- Eks: Dekomponer $j(y) = \sqrt{\sqrt{y}}$
- Eks: Dekomponer $f(t) = \sqrt{\frac{1}{x^2-1}}$

- Gitt to funksjoner f og g. Anta vi først bruker g på et tall x og deretter f på tallet $g(x)$. Da har vi en funksjon som sender x på $f(g(x))$. Vi skriver $f \circ g$ for denne funksjonen $x \mapsto f(g(x))$ og kaller den *komposisjonen* eller *sammensetningen* av f og g.
- Det er svært viktig i dette kurset å kunne gjennomskue hvilke funksjoner en sammensatt funksjon er en sammensetning av!
- Eks: Gitt at $f(x) = \sqrt{x}$ og $g(x) = x^2 - 4$, hva er $f \circ g$ og hva er $g \circ f$?
- Eks: Dekomponer $y(x) = (2x - 2)^3$.
- Eks: Dekomponer $j(y) = \sqrt{\sqrt{y}}$
- Eks: Dekomponer $f(t) = \sqrt{\frac{1}{x^2-1}}$

- Gitt to funksjoner f og g. Anta vi først bruker g på et tall x og deretter f på tallet $g(x)$. Da har vi en funksjon som sender x på $f(g(x))$. Vi skriver $f \circ g$ for denne funksjonen $x \mapsto f(g(x))$ og kaller den *komposisjonen* eller *sammensetningen* av f og g.
- Det er svært viktig i dette kurset å kunne gjennomskue hvilke funksjoner en sammensatt funksjon er en sammensetning av!
- Eks: Gitt at $f(x) = \sqrt{x}$ og $g(x) = x^2 - 4$, hva er $f \circ g$ og hva er $g \circ f$?
- Eks: Dekomponer $y(x) = (2x - 2)^3$.
- Eks: Dekomponer $j(y) = \sqrt{\sqrt{y}}$
- Eks: Dekomponer $f(t) = \sqrt{\frac{1}{x^2-1}}$

Outline

Outline

Heltallige potenser

- For alle tall a og alle positive heltall n, m definerer vi:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ ganger}}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

- Gitt denne definisjonen er det enkelt å vise følgende grunnleggende og viktige egenskaper for alle positive såvel som negative heltall n, m:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \qquad (a^n)^m = a^{nm}$$

- Det er gitt en haug med oppgaver som trener dette på ukens øving!

Heltallige potenser

- For alle tall a og alle positive heltall n, m definerer vi:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ ganger}}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

- Gitt denne definisjonen er det enkelt å vise følgende grunnleggende og viktige egenskaper for alle positive såvel som negative heltall n, m:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad (a^n)^m = a^{nm}$$

- Det er gitt en haug med oppgaver som trener dette på ukens øving!

Heltallige potenser

- For alle tall a og alle positive heltall n, m definerer vi:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ ganger}}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

- Gitt denne definisjonen er det enkelt å vise følgende grunnleggende og viktige egenskaper for alle positive såvel som negative heltall n, m:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad (a^n)^m = a^{nm}$$

- Det er gitt en haug med oppgaver som trener dette på ukens øving!

Heltallige potenser

- For alle tall a og alle positive heltall n, m definerer vi:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ ganger}}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

- Gitt denne definisjonen er det enkelt å vise følgende grunnleggende og viktige egenskaper for alle positive såvel som negative heltall n, m:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad (a^n)^m = a^{nm}$$

- Det er gitt en haug med oppgaver som trener dette på ukens øving!

Rasjonale potenser

- For å utvide til rasjonale potenser definerer vi den n'te roten til et positivt tall $a > 0$ som det *positive* tallet b som oppfyller at $b^n = a$. Vi skriver dette tallet som $a^{\frac{1}{n}}$ eller noen ganger $\sqrt[n]{a}$.
- Videre krever vi at reglene $a^n a^m = a^{n+m}$ og $(a^n)^m = a^{nm}$ også holder for eksponenter av typen $\frac{1}{n}$.
- Dette tillater oss å regne ut $a^{\frac{p}{q}}$, der $\frac{p}{q}$ er en hvilken som helst heltallig brøk.
- Eks: Regn ut $1024^{\frac{4}{9}}$ og $81^{-\frac{3}{4}}$
- Bemerk at $a > 0$ er viktigt her!

Rasjonale potenser

- For å utvide til rasjonale potenser definerer vi den n'te roten til et positivt tall $a > 0$ som det *positive* tallet b som oppfyller at $b^n = a$. Vi skriver dette tallet som $a^{\frac{1}{n}}$ eller noen ganger $\sqrt[n]{a}$.
- Videre krever vi at reglene $a^n a^m = a^{n+m}$ og $(a^n)^m = a^{nm}$ også holder for eksponenter av typen $\frac{1}{n}$.
- Dette tillater oss å regne ut $a^{\frac{p}{q}}$, der $\frac{p}{q}$ er en hvilken som helst heltallig brøk.
- Eks: Regn ut $1024^{\frac{4}{9}}$ og $81^{-\frac{3}{4}}$
- Bemerk at $a > 0$ er viktigt her!

Rasjonale potenser

- For å utvide til rasjonale potenser definerer vi den n'te roten til et positivt tall $a > 0$ som det *positive* tallet b som oppfyller at $b^n = a$. Vi skriver dette tallet som $a^{\frac{1}{n}}$ eller noen ganger $\sqrt[n]{a}$.
- Videre krever vi at reglene $a^n a^m = a^{n+m}$ og $(a^n)^m = a^{nm}$ også holder for eksponenter av typen $\frac{1}{n}$.
- Dette tillater oss å regne ut $a^{\frac{p}{q}}$, der $\frac{p}{q}$ er en hvilken som helst heltallig brøk.
- Eks: Regn ut $1024^{\frac{4}{9}}$ og $81^{-\frac{3}{4}}$
- Bemerk at $a > 0$ er viktigt her!

Rasjonale potenser

- For å utvide til rasjonale potenser definerer vi den n'te roten til et positivt tall $a > 0$ som det *positive* tallet b som oppfyller at $b^n = a$. Vi skriver dette tallet som $a^{\frac{1}{n}}$ eller noen ganger $\sqrt[n]{a}$.
- Videre krever vi at reglene $a^n a^m = a^{n+m}$ og $(a^n)^m = a^{nm}$ også holder for eksponenter av typen $\frac{1}{n}$.
- Dette tillater oss å regne ut $a^{\frac{p}{q}}$, der $\frac{p}{q}$ er en hvilken som helst heltallig brøk.
- Eks: Regn ut $1024^{\frac{4}{9}}$ og $81^{-\frac{3}{4}}$
- Bemerk at $a > 0$ er viktigt her!

Rasjonale potenser

- For å utvide til rasjonale potenser definerer vi den *n*'te roten til et positivt tall $a > 0$ som det *positive* tallet b som oppfyller at $b^n = a$. Vi skriver dette tallet som $a^{\frac{1}{n}}$ eller noen ganger $\sqrt[n]{a}$.
- Videre krever vi at reglene $a^n a^m = a^{n+m}$ og $(a^n)^m = a^{nm}$ også holder for eksponenter av typen $\frac{1}{n}$.
- Dette tillater oss å regne ut $a^{\frac{p}{q}}$, der $\frac{p}{q}$ er en hvilken som helst heltallig brøk.
- Eks: Regn ut $1024^{\frac{4}{9}}$ og $81^{-\frac{3}{4}}$
- Bemerk at $a > 0$ er viktigt her!

Rasjonale potenser

- For å utvide til rasjonale potenser definerer vi den n'te roten til et positivt tall $a > 0$ som det *positive* tallet b som oppfyller at $b^n = a$. Vi skriver dette tallet som $a^{\frac{1}{n}}$ eller noen ganger $\sqrt[n]{a}$.
- Videre krever vi at reglene $a^n a^m = a^{n+m}$ og $(a^n)^m = a^{nm}$ også holder for eksponenter av typen $\frac{1}{n}$.
- Dette tillater oss å regne ut $a^{\frac{p}{q}}$, der $\frac{p}{q}$ er en hvilken som helst heltallig brøk.
- Eks: Regn ut $1024^{\frac{4}{9}}$ og $81^{-\frac{3}{4}}$
- Bemerk at $a > 0$ er viktigt her!

Irrasjonale potenser

- Vi kan bruke rasjonale potenser til å definere irrasjonale potenser.
- Eksempelvis er π irrasjonal og $3, 3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, \ldots$ er bedre og bedre rasjonale approksimasjoner til π.
- Vi finner ved hjelp av kalkulator at

$$\begin{aligned} 2^3 &= 8 \\ 2^{3.1} &= 8.574188 \\ 2^{3.14} &= 8.815241 \\ 2^{3.141} &= 8.821353 \\ 2^{3.1415} &= 8.824411 \end{aligned}$$

Irrasjonale potenser

- Vi kan bruke rasjonale potenser til å definere irrasjonale potenser.
- Eksempelvis er π irrasjonal og $3, 3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, \ldots$ er bedre og bedre rasjonale approksimasjoner til π.
- Vi finner ved hjelp av kalkulator at

$$\begin{aligned} 2^{3} &= 8 \\ 2^{3.1} &= 8.574188 \\ 2^{3.14} &= 8.815241 \\ 2^{3.141} &= 8.821353 \\ 2^{3.1415} &= 8.824411 \end{aligned}$$

Irrasjonale potenser

- Vi kan bruke rasjonale potenser til å definere irrasjonale potenser.
- Eksempelvis er π irrasjonal og $3, 3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, \ldots$ er bedre og bedre rasjonale approksimasjoner til π.
- Vi finner ved hjelp av kalkulator at

$$\begin{aligned}
2^{3} &= 8 \\
2^{3.1} &= 8.574188 \\
2^{3.14} &= 8.815241 \\
2^{3.141} &= 8.821353 \\
2^{3.1415} &= 8.824411
\end{aligned}$$

Irrasjonale potenser

- Vi kan bruke rasjonale potenser til å definere irrasjonale potenser.
- Eksempelvis er π irrasjonal og $3, 3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, \ldots$ er bedre og bedre rasjonale approksimasjoner til π.
- Vi finner ved hjelp av kalkulator at

$$\begin{aligned} 2^{3} &= 8 \\ 2^{3.1} &= 8.574188 \\ 2^{3.14} &= 8.815241 \\ 2^{3.141} &= 8.821353 \\ 2^{3.1415} &= 8.824411 \end{aligned}$$

Eksponentialfunksjoner - wrap up

- Så vi setter 2^π lik $8.824\ldots$.
- På denne måte kan vi bestemme 2^x for ethvert reelt tall x.
- Følgende er et minimum man må vite om eksponenter på nåværende tidspunkt.
- a^x er definert for alle reelle verdier av x; *såfremt* $a > 0$.
- De velkjente regnereglene $a^x a^y = a^{x+y}$ og $(a^x)^y = a^{xy}$ holder for alle x og y.
- Spesiellt er $a^0 = 1$ for alle $a > 0$.

Eksponentialfunksjoner - wrap up

- Så vi setter 2^π lik $8.824\ldots$.
- På denne måte kan vi bestemme 2^x for ethvert reelt tall x.
- Følgende er et minimum man må vite om eksponenter på nåværende tidspunkt.
- a^x er definert for alle reelle verdier av x; *såfremt* $a > 0$.
- De velkjente regnereglene $a^x a^y = a^{x+y}$ og $(a^x)^y = a^{xy}$ holder for alle x og y.
- Spesiellt er $a^0 = 1$ for alle $a > 0$.

Eksponentialfunksjoner - wrap up

- Så vi setter 2^π lik $8.824\ldots$.
- På denne måte kan vi bestemme 2^x for ethvert reelt tall x.
- Følgende er et minimum man må vite om eksponenter på nåværende tidspunkt.
- a^x er definert for alle reelle verdier av x; *såfremt* $a > 0$.
- De velkjente regnereglene $a^x a^y = a^{x+y}$ og $(a^x)^y = a^{xy}$ holder for alle x og y.
- Spesiellt er $a^0 = 1$ for alle $a > 0$.

Eksponentialfunksjoner - wrap up

- Så vi setter 2^π lik $8.824\ldots$.
- På denne måte kan vi bestemme 2^x for ethvert reelt tall x.
- Følgende er et minimum man må vite om eksponenter på nåværende tidspunkt.
- a^x er definert for alle reelle verdier av x; *såfremt* $a > 0$.
- De velkjente regnereglene $a^x a^y = a^{x+y}$ og $(a^x)^y = a^{xy}$ holder for alle x og y.
- Spesiellt er $a^0 = 1$ for alle $a > 0$.

Eksponentialfunksjoner - wrap up

- Så vi setter 2^{π} lik $8.824\ldots$.
- På denne måte kan vi bestemme 2^x for ethvert reelt tall x.
- Følgende er et minimum man må vite om eksponenter på nåværende tidspunkt.
- a^x er definert for alle reelle verdier av x; *såfremt* $a > 0$.
- De velkjente regnereglene $a^x a^y = a^{x+y}$ og $(a^x)^y = a^{xy}$ holder for alle x og y.
- Spesiellt er $a^0 = 1$ for alle $a > 0$.

Eksponentialfunksjoner - wrap up

- Så vi setter 2^π lik $8.824\ldots$.
- På denne måte kan vi bestemme 2^x for ethvert reelt tall x.
- Følgende er et minimum man må vite om eksponenter på nåværende tidspunkt.
- a^x er definert for alle reelle verdier av x; *såfremt* $a > 0$.
- De velkjente regnereglene $a^x a^y = a^{x+y}$ og $(a^x)^y = a^{xy}$ holder for alle x og y.
- Spesiellt er $a^0 = 1$ for alle $a > 0$.

Potensfunksjoner

- Vi kan definere potensfunksjonene $f(x) = a^x$
- Eks: Tegn grafen for $f(x) = 2^x$
- Eks: Tegn grafen for $g(x) = 2^{-x}$
- Eks: Dekomponer $h(x) = e^{\sqrt{x}}$, der $e = 2.718\cdots$

Potensfunksjoner

- Vi kan definere potensfunksjonene $f(x) = a^x$
- Eks: Tegn grafen for $f(x) = 2^x$
- Eks: Tegn grafen for $g(x) = 2^{-x}$
- Eks: Dekomponer $h(x) = e^{\sqrt{x}}$, der $e = 2.718\cdots$

Potensfunksjoner

- Vi kan definere potensfunksjonene $f(x) = a^x$
- Eks: Tegn grafen for $f(x) = 2^x$
- Eks: Tegn grafen for $g(x) = 2^{-x}$
- Eks: Dekomponer $h(x) = e^{\sqrt{x}}$, der $e = 2.718\cdots$

Potensfunksjoner

- Vi kan definere potensfunksjonene $f(x) = a^x$
- Eks: Tegn grafen for $f(x) = 2^x$
- Eks: Tegn grafen for $g(x) = 2^{-x}$
- Eks: Dekomponer $h(x) = e^{\sqrt{x}}$, der $e = 2.718\cdots$

Potensfunksjoner

- Vi kan definere potensfunksjonene $f(x) = a^x$
- Eks: Tegn grafen for $f(x) = 2^x$
- Eks: Tegn grafen for $g(x) = 2^{-x}$
- Eks: Dekomponer $h(x) = e^{\sqrt{x}}$, der $e = 2.718\cdots$

Outline

1. Funksjoner
   - generellt om funksjoner
   - Noen klasser av funksjoner
   - Komposisjon av funksjoner
2. Potens og logaritme
   - Potenser
   - Inverse funksjoner og Logaritme

Inverse funksjoner

- Gitt en funksjon $f(x)$ er vi ofte interessert i å finne en funksjonen som "opphever" virkningen av f på et tall x.
- Det vil si en funksjon g slik at $g(f(x)) = x$. En slik g skrives f^{-1}.
- Hvis en slik g skal finnes må f være *injektiv* eller *en-til-en*;

$$f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

- Løst sagt er f injektiv hvis grafen for f bare skjærer horisontale linjer høyst een gang.
- Eks: Hvis $f(x) = x^2$ der $D_f = [0, \infty)$ er $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$.

Inverse funksjoner

- Gitt en funksjon $f(x)$ er vi ofte interessert i å finne en funksjonen som ”opphever” virkningen av f på et tall x.
- Det vil si en funksjon g slik at $g(f(x)) = x$. En slik g skrives f^{-1}.
- Hvis en slik g skal finnes må f være *injektiv* eller *en-til-en*;

$$f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

- Løst sagt er f injektiv hvis grafen for f bare skjærer horisontale linjer høyst een gang.
- Eks: Hvis $f(x) = x^2$ der $D_f = [0, \infty)$ er $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$.

Inverse funksjoner

- Gitt en funksjon $f(x)$ er vi ofte interessert i å finne en funksjonen som "opphever" virkningen av f på et tall x.
- Det vil si en funksjon g slik at $g(f(x)) = x$. En slik g skrives f^{-1}.
- Hvis en slik g skal finnes må f være *injektiv* eller *en-til-en*;

$$f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

- Løst sagt er f injektiv hvis grafen for f bare skjærer horisontale linjer høyst een gang.
- Eks: Hvis $f(x) = x^2$ der $D_f = [0, \infty)$ er $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$.

Inverse funksjoner

- Gitt en funksjon $f(x)$ er vi ofte interessert i å finne en funksjonen som ”opphever” virkningen av f på et tall x.
- Det vil si en funksjon g slik at $g(f(x)) = x$. En slik g skrives f^{-1}.
- Hvis en slik g skal finnes må f være *injektiv* eller *en-til-en*;

$$f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

- Løst sagt er f injektiv hvis grafen for f bare skjærer horisontale linjer høyst een gang.
- Eks: Hvis $f(x) = x^2$ der $D_f = [0, \infty)$ er $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$.

Inverse funksjoner

- Gitt en funksjon $f(x)$ er vi ofte interessert i å finne en funksjonen som "opphever" virkningen av f på et tall x.
- Det vil si en funksjon g slik at $g(f(x)) = x$. En slik g skrives f^{-1}.
- Hvis en slik g skal finnes må f være *injektiv* eller *en-til-en*;

$$f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

- Løst sagt er f injektiv hvis grafen for f bare skjærer horisontale linjer høyst een gang.
- Eks: Hvis $f(x) = x^2$ der $D_f = [0, \infty)$ er $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$.

Inverse funksjoner

- Gitt en funksjon $f(x)$ er vi ofte interessert i å finne en funksjonen som "opphever" virkningen av f på et tall x.
- Det vil si en funksjon g slik at $g(f(x)) = x$. En slik g skrives f^{-1}.
- Hvis en slik g skal finnes må f være *injektiv* eller *en-til-en*;

$$f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

- Løst sagt er f injektiv hvis grafen for f bare skjærer horisontale linjer høyst een gang.
- Eks: Hvis $f(x) = x^2$ der $D_f = [0, \infty)$ er $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$.

Logaritmer

- Eksponentialfunksjoner $f(x) = a^x$ er injektive, så de har en invers!
- Denne inversen kalles *logaritmen med base a* og skrives $f^{-1}(x) = \log_a x$

Logaritmer

- Eksponentialfunksjoner $f(x) = a^x$ er injektive, så de har en invers!
- Denne inversen kalles *logaritmen med base a* og skrives $f^{-1}(x) = \log_a x$

Logaritmer

- Eksponentialfunksjoner $f(x) = a^x$ er injektive, så de har en invers!
- Denne inversen kalles *logaritmen med base a* og skrives $f^{-1}(x) = \log_a x$