Brukerkurs matematikk B
Vår 2022

Oppgavesett 10

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Vanskelighetsgrad: Enklere (kun regning)

$\boxed{10.5.4}$ La $f(x, y) = \ln(x \cdot y - x^2)$ der $x(t) = t^2$ og $y(t) = t$. Finn $w'(5)$ når

$$w(t) = f(x(t), y(t)).$$

$\boxed{10.5.20}$ Finn gradienten til

$$f(x, y) = x \cdot \left(x^2 - y^2\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Vanskelighetsgrad: Medium (Bruk et teorem for å ikke regne så mye)

$\boxed{3}$ Gitt funksjonen

$$f(x, y, z) = x \cdot y^2 + \sin(x \cdot z) + \ln\left(\frac{y - z}{y^2 + y}\right)$$

med $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$, $y > 0$, og $z \in \mathbb{R}$.

La videre $g(x, y, z) = \dfrac{\partial f(x, y, z)}{\partial y}$ og $h(x, y, z) = \dfrac{\partial g(x, y, z)}{\partial z}$. Finn

$$\frac{\partial h(x, y, z)}{\partial x}.$$

Hint: Alle funksjonene i denne oppgaven er vilkårlig mange ganger deriverbare i et område rundt hvert punkt i f's domene.

Vanskelighetsgrad: Mer krevende (Flere aspekter sammen, anbefalt som eksamensforberedelse)

$\boxed{4}$ Vi ser på funksjonene

$$f(x, y) = x \cdot (1 + y^2), \qquad g(x, y) = y \cdot (1 + x^2).$$

Oppgaven er å finne (approksimere) et punkt (x^*, y^*) i x-y-planet, slik at

$$f(x^*, y^*) = 1 \quad g(x^*, y^*) = 2.$$

Anta at man vet at (x^*, y^*) ligger i nærheten av $(a, b) = (0.2, 1.8)$. For å finne en bedre approksimasjon kan man bruke tilnærminger (dvs. tangentplan) til f og g i (a, b) og bestemme et punkt $(\bar{a}, \bar{b})$ hvor begge tilnærmingene blir null.

(a) Regn ut «hvor god» approksimasjonen $(x^*, b^*) = (a, b)$ er allerede: Bestem verdiene til f og g her.

(b) Finn tilnærmingene $z_f(x,y) \approx f(x,y)$, $z_g(x,y) = g(x,y)$ idet du bestemmer tangentplanene i (a,b)

(c) Finn punktet $(\bar{a}, \bar{b})$ der $z_f = 1$ og $z_g = 2$.

(d) Er $(\bar{a}, \bar{b})$ faktisk en bedre approksimasjonen? Bestem f og g ved dette punktet.

Anbefaling: Bruk en kalkulator/datamaskin og regn til 6 gjeldende sifre.

Vanskelighetsgrad: Utfordring

$\boxed{5}$ Her skal dere lage egne oppgaver. Oppgaven(e) skal være slik at:

(a) den involverer flere aspekter av kapitlet «flerdimensjonal kalkulus»
(b) det ikke er mulig å «Google» løsnignen
(c) noen milepæler slik at man kan sjekke at man er på riktig vei

I tillegg skal dere lage **løsningsforslag** for oppgaven(e). Det går fint å bruke nettet/litteratur for inspirasjon, men husk å sitere iså fall. For denne oppgaven kan dere også velge å jobbe i grupper på inntil 4 studenter. Kun én person per gruppe trenger å levere oppgaven, men det er viktig at alle som jobber i gruppe skriver hvem de har samarbeidet med.

Innleveringsfrist: Søndag, 27. mars 2022 (digitalt som én pdf via Blackboard)