Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

# Brukerkurs matematikk B
Vår 2022

**Oppgavesett 10**

**Vanskelighetsgrad: Enklere (bare utregning)**

$\boxed{10.5.4}$ La $f(x,y) = \ln(x \cdot y - x^2)$ der $x(t) = t^2$ og $y(t) = t$. Finn $w'(5)$ når

$$w(t) = f(x(t), y(t))\,.$$

$\boxed{10.5.20}$ Finn gradienten til

$$f(x,y) = x \cdot \left(x^2 - y^2\right)^{\frac{2}{3}}\,.$$

**Vanskelighetsgrad: Medium (Bruk et teorem for å ikke regne for mye)**

$\boxed{3}$ Gitt funksjonen

$$f(x,y,z) = x \cdot y^2 + \sin(x \cdot z) + \ln\left(\frac{y - z}{y^2 + y}\right)$$

med $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$, $y > 0$, og $z \in \mathbb{R}$.
La videre $g(x,y,z) = \dfrac{\partial f(x,y,z)}{\partial y}$ og $h(x,y,z) = \dfrac{\partial g(x,y,z)}{\partial z}$. Finn

$$\frac{\partial h(x,y,z)}{\partial x}\,.$$

**Hint:** Alle funksjonene i denne oppgaven er vilkårlig mange ganger deriverbare i et område rundt hvert punkt i $f$'s domene.

**Vanskelighetsgrad: Litt krevende (Flere aspekter sammen, anbefalt som eksamensforberedelse)**

$\boxed{4}$ Vi ser på funksjonene

$$f(x,y) = x \cdot (1 + y^2)\,, \qquad g(x,y) = y \cdot (1 + x^2)\,.$$

Oppgaven er å finne (approksimere) et punkt $(x^*, y^*)$ i $x$-$y$-planet, slik at

$$f(x^*, y^*) = 1 \quad g(x^*, y^*) = 2\,.$$

Anta at man vet at $(x^*, y^*)$ ligger i nærheten av $(a, b) = (0.2, 1.8)$. For å finne en bedre approksimasjon kan man bruke tilnærminger (dvs. tangentplan) til $f$ og $g$ i $(a, b)$ og bestemme et punkt $(\bar{a}, \bar{b})$ hvor begge tilnærmingene blir null.

(a) Regn ut «hvor god» approksimasjonen $(x^*, b^*) = (a, b)$ er allerede: Bestem verdiene til $f$ og $g$ her.

(b) Finn tilnærmingene $z_f(x, y) \approx f(x, y)$, $z_g(x, y) = g(x, y)$ idet du bestemmer tangentplanene i $(a, b)$

(c) Finn punktet $(\bar{a}, \bar{b})$ der $z_f = z_g = 0$.

(d) Er $(\bar{a}, \bar{b})$ faktisk en bedre approksimasjonen? Bestem $f$ og $g$ ved dette punktet.

**Anbefaling:** Bruk en kalkulator/datamaskin og regn til 6 gjeldende sifre.

**Vanskelighetsgrad: Utfordring**

$\boxed{5}$ Her skal dere lage egne oppgaver. Oppgaven(e) skal være slik at:

(a) den involverer flere aspekter av kapitlet «flerdimensjonal kalkulus»
(b) det ikke er mulig å «Google» løsnignen
(c) noen milepæler slik at man kan sjekke at man er på riktig vei

I tillegg skal dere lage **løsningsforslag** for oppgaven(e). Det går fint å bruke nettet/litteratur for inspirasjon, men husk å sitere isåfall. For denne oppgaven kan dere også velge å jobbe i grupper på inntil 4 studenter. Kun én person per gruppe trenger å levere oppgaven, men det er viktig at alle som jobber i gruppe skriver hvem de har samarbeidet med.

**Innleveringsfrist:** Søndag, 27. mars 2022 (digitalt som én pdf via Blackboard)