Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Oppgavesett 5

$\boxed{\text{9.2.48}}$ La

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Vis at

$$(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1}.$$

$\boxed{\text{9.2.51}}$ La

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

og

$$\boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

Finn $\boldsymbol{x}$ slik at $\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{d}$ ved

(a) å løse det tilhørende lineære likningssystemet,

(b) å bruke den inverse til $\mathbf{A}$.

$\boxed{\text{9.2.57}}$ Anta at $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$.

(a) Finn $\det \mathbf{A}$. Er $\mathbf{A}$ inverterbar?

(b) Anta at $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ og $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$.

Skriv $\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ som et system av lineære ligninger.

(c) Vis at hvis $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ \frac{9}{2} \end{pmatrix}$, så har $\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ uendelig mange løsninger.

Tegn de to tilhørende rette linjene og forklar hvorfor systemet har uendelig mange løsninger.

(d) Finn en kolonnevektor $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ slik at $\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ har ingen løsninger.

$\boxed{\text{9.2.58}}$ Anta at

$$A = \begin{bmatrix} a & 8 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad \text{og} \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}.$$

(a) Vis at når $a \neq 4$ så har $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ nøyaktig én løsning.

(b) Anta at $a = 4$. Finn betingelser på b_1 og b_2 slik at $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ har (i) uendelig mange løsninger og (ii) ingen løsninger.

(c) Forklar resultatene i (a) og (b) grafisk.

$\boxed{5}$ Bruk Gauss-Jordan eliminasjon for å finne den inverse matrisen $\mathbf{A}^{-1}$ til

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -3 \\ -4 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$\boxed{\text{fra Eksamen 2013, trenger ikke å leveres}}$ La

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -6 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Beregn produktene $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ og $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$. Hva forteller svarene deg om $\mathbf{A}$ og $\mathbf{B}$?

Innleveringsfrist: Søndag, 20. februar (digitalt som én pdf via Blackboard)