9.1.18 Laboratoriemus mates en blandning av to produkter som inneholder to viktige næringsstoffer. Produkt 1 inneholder tre enheter næringsstoff A og to enheter næringsstoff B (pr. unse), mens produkt 2 har fire enheter A og fem enheter B.

(a) I hvilken proporsjon burde man mikse de to produktene, når mus trenger like mye næringsstoff A som næringsstoff B?

(b) Anta at det er behov for mat med dobbel mengde næringsstoff B i forhold til A. Er det mulig å tilfredstille dette kravet med de to tilgjengelige produktene?

9.2.30 Anta at $\mathbf{A}$ er en (l, p) matrise, $\mathbf{B}$ er en (m, q) matrise, og $\mathbf{C}$ er en (n, r) matrise. Hva kan du si om l, m, n, p, q, og r hvis de etterfølgene produktene er definerte? Hvilke dimensioner har resultatene?

(a) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{C}$

(b) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^\top \cdot \mathbf{C}$

(c) $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}^\top$

(d) $\mathbf{A}^\top \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{B}^\top$

3 La $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ og $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$.

(a) Finn AB.

(b) Finn BA.

4 Gitt matrisen

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{22} \end{pmatrix} .$$

Anta at $a_{1,1} \cdot a_{2,2} - a_{1,2} \cdot a_{2,1} \neq 0$.

(a) Hva er den inverse matrisen $\mathbf{A}^{-1}$?

(b) Hva kan du si om $\mathbf{A}$ hvis $a_{1,1} \cdot a_{2,2} - a_{1,2} \cdot a_{2,1} = 0$?

5 La

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} .$$

(a) Regn ut B^2, B^3, B^4 og B^5.

(b) Hva kan man si om B^k når (i) k er et partall og (ii) k er et oddetall?

$\boxed{6}$ (a) La

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}.$$

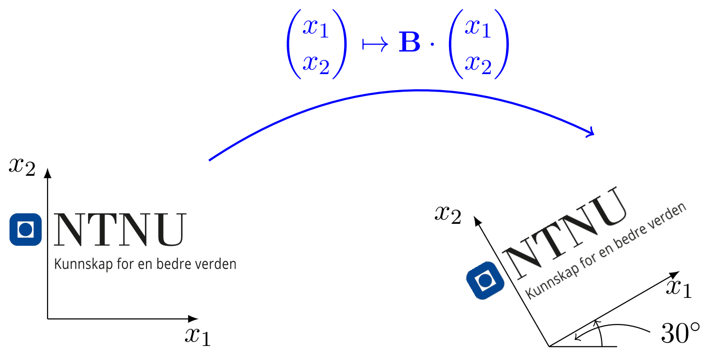
Finn verdiene $\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{e}_1$, $\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{e}_2$, da $\boldsymbol{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ og $\boldsymbol{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ betegner de to enhetsvektorene i $\mathbb{R}^2$.

(b) Hva gjør avbildningen $f\colon \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ (dvs. $f(x_1, x_2) = \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$) *geometrisk* med en vektor $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$?

(c) Finn en matrise $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ sånn at

$$g\colon \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

tilsvarer en rotasjon av $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ om vinkelen $30°$.



Hint: • Se på oppgave (a): Matrisen må avbilde enhetsvektorene til deres bilder.
• Det gjelder $\cos 45° = \sin 45°$ og søk på "rotasjonsmatrise".

Innleveringsfrist: Søndag, 13. februar (digitalt som én pdf via Blackboard)