

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA0002 Brukerkurs i Matematikk B**

Faglig kontakt under eksamen: Agamemnon Zafeiropoulos

Tlf: 984 69699

Eksamensdato: 3. juni 2021

Eksamenstid (fra-til): 09:00 - 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: A Alle hjelpemidler tillatt

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 1

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig 2-sidig

sort/hvit farger

skal ha flervalgskjema

Dato

Sign

Oppgave 1**A.** Evaluer integralet

$$\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 2} dx.$$

B. Du er gitt følgende matriser

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 10 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

- a) Hvilke av matrisene A , B og C er invertible?
- b) Regn ut matrisen $B + A^{-1}$.
- c) Du er gitt vektorene $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$. Er \mathbf{b} og \mathbf{c} ortogonale?

Oppgave 2 En gruppe biologer har observert en populasjon løver i jungelen. De har kommet fram til konklusjonen at antallet individer $N(t)$ etter tid $t > 0$ (gitt i år) er gitt av differensialligningen

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{N(t)}{1000} (500 - N(t)).$$

- a) Finn $N(t)$ gitt at populasjonen er $N(0) = 50$ ved tid $t = 0$.
- b) Hva sier differensialligningen om populasjonens vekstrate per løve? Hva er bæreevnen til populasjonen?
- c) Finn likevektspunktene til modellen og klassifiser dem etter stabilitet.
- d) Noen av biologene fra gruppa mener at modellen ikke er realistisk: viss antallet løver $N(t)$ er veldig lite, vil populasjonen minke siden det ikke vil være nok partnere for reproduksjon. Kan du foreslå en variant av differensialligningen overfor slik at viss antallet løver er mindre enn 40, så vil antallet løver gå mot 0? (Du trenger ikke løse differensialligningen du foreslår.)

Oppgave 3 Veksten til en populasjon krattspissmus er gitt ved Leslie-matrisen

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 0.8 & 0 \end{bmatrix}.$$

- a) Hvilken informasjon gir matrisen L om populasjonen? (Aldersgrupper, avkomrate, overlevelsrate)
- b) Finn egenvektorene og egenverdiene til L .
- c) Hva er den biologiske tolkningen av den større egenverdien til L ?
- d) Hvor mange prosent er det av hver aldersgruppe etter lang tid? Grunngi svaret ditt.

Oppgave 4 Du er gitt funksjonen

$$f(x, y) = x^2 - 2xy + y^3$$

definert på domenet

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 2\},$$

som er lukket og begrenset.

- a) Finn globalt maksimum og minimum til f i D .
- b) Har f et lokalt maksimum eller minimum i punktet $(0, 0)$? Hva med i punktet $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$?
- c) Finn ligningen til tangentplanet til f i punktet $(1, 1)$.
- d) Finn retningsderivert til f i $(1, 1)$ i retningen til vektoren $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

Dette er en vedleggsside.