NTNU

Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA0002 Brukerkurs i matematikk B**

Faglig kontakt under eksamen: Heidi Strømskag

Tlf: 98 44 18 39

Eksamensdato: 29. mai 2019

Eksamenstid (fra–til): 09:00–13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: D: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

Annen informasjon:
Alle svar må begrunnes.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 2

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave	
Originalen er:	
1-sidig ☐	**2-sidig** ☒
sort/hvit ☐	**farger** ☒
skal ha flervalgskjema ☐	

Dato Sign

Oppgave 1

La A og B være to matriser

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \text{ og } B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Vis at $B = A^{-1}$, og bruk dette til å løse likningssystemet

$$\begin{aligned} -x_1 + x_3 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 &= 4 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 &= -3. \end{aligned}$$

Oppgave 2

En populasjon utvikler seg i henhold til Lesliematrisen $L = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0,6 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Hva kan du si om populasjonen på grunnlag av elementene i Lesliematrisen?

b) Finn egenverdiene og egenvektorene til matrisen L.

c) Forklar så presist som mulig hvordan det vil gå med denne populasjonen i det lange løp. Begrunn svaret.

Oppgave 3

En bakteriekultur $B(t)$ med en bæreevne på 40 000 bakterier utvikler seg i henhold til den logistiske differensiallikningen

$$\frac{dB}{dt} = 0,5B\left(1 - \frac{B}{40\,000}\right),$$

der t er tiden i timer, og $B(0) = 200$.

a) Forklar hvordan denne differensiallikningen modellerer at bakteriekulturen vokser eksponentielt i starten og at veksten flater ut når antallet bakterier i kulturen nærmer seg bæreevnen.

b) Finn et eksplisitt uttrykk for $B(t)$. Vis utregning. Skisser grafen til $B(t)$.

c) Etter hvor lang tid oppnår bakteriekulturen sin maksimale vekstrate? Vis hvordan du kom fram til svaret. Hva er vekstraten i dette tidspunktet? Angi svaret med enhet.

Oppgave 4

Betrakt funksjonen

$$f(x, y) = x^2 + 4x - y^2$$

på det lukkede og begrensede området

$$D = \{(x, y) : -6 \leq x \leq 2 \text{ og} - 2 \leq y \leq 4\}.$$

Grafen til f er vist fra to ulike perspektiv i Vedlegg 1.

a) Finn og klassifiser eventuelle kritiske punkter for f på D.

b) Finn globale maksimums- og minimumspunkter for f på D.

c) Verifiser at $f(x, y)$ er deriverbar i punktet $(1, 0)$, og finn den lineære approksimasjonen til $f(x, y)$ i $(1, 0)$. Bruk dette til å finne en approksimasjon til funksjonsverdien i punktet $(1.01, 0.01)$. Sammenlikn approksimasjonen med $f(1.01, 0.01)$.