

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA0002 Brukerkurs i matematikk B**

Faglig kontakt under eksamen: Frode Rønning

Tlf: 95 21 81 38

Eksamensdato: 6. juni 2017

Eksamenstid (fra–til): 09:00–13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: A: Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt.
Alle kalkulatorer tillatt.

Annen informasjon:

Alle svar må begrunnes.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 2

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave	
Originalen er:	
1-sidig <input type="checkbox"/>	2-sidig <input checked="" type="checkbox"/>
sort/hvit <input type="checkbox"/>	farger <input checked="" type="checkbox"/>
skal ha flervalgskjema <input type="checkbox"/>	

Dato

Sign

Oppgave 1

I et naturreservat er det en bestand av antiloper. Bestanden holdes konstant på 600 dyr. En dag oppdager en vokter at noen av dyrene er syke. Denne sykdommen er smittsom, og smitten overføres ved direkte kontakt mellom et dyr som er smittet og et dyr som ikke er smittet. Da sykdommen ble oppdaget ble alle dyrene undersøkt, og man fant at 15 dyr var smittet. 20 dager tidligere hadde to nye dyr blitt hentet inn til reservatet, og man mistenker at disse to var bærere av smitten.

- a) Kall antall smittede dyr ved tiden t for $S(t)$, og forklar hvorfor de matematiske uttrykkene nedenfor kan være en rimelig modell for situasjonen beskrevet ovenfor.

$$\frac{dS}{dt} = kS(t)(600 - S(t)), \quad k > 0,$$
$$S(0) = 2 \text{ og } S(20) = 15.$$

Legg vekt på å forklare koblingen mellom alle delene av de matematiske uttrykkene og situasjonen som er beskrevet.

- b) Finn et eksplisitt uttrykk for $S(t)$ ut fra informasjonen gitt i a). Vis utregning.
- c) Hvor lang tid vil det ta før halvparten av dyrene i bestanden er smittet dersom det ikke settes inn tiltak for å begrense smittespredningen?
- d) Hvor stor er spredningsraten for sykdommen når akkurat halvparten av dyrene er smittet? Angi svaret med enhet. Hvorfor er det ut fra situasjonen rimelig at spredningsraten på dette tidspunktet er på sitt største?

Oppgave 2

Funksjonen

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

er definert på det lukkede og begrensede området

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 2 \text{ og } 0 \leq y \leq 2\}.$$

- a) Finn de absolutte maksimums- og minimumsverdiene for f på D og avgjør hvilke punkter de oppnås i.

- b) Regn ut gradienten til f i punktet $(\frac{3}{2}, 1)$, og bestem vektoren \vec{u} slik at den retningsderiverte $D_{\vec{u}}f(\frac{3}{2}, 1) = 0$.
- c) Finn likninga for tangentplanet i punktet på flata $z = f(x, y)$ der $(x, y) = (\frac{3}{2}, 1)$.

Oppgave 3

- a) Finn den generelle løsningen til systemet av differensiallikninger som er satt opp nedenfor.

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= 5x_1(t) + 2x_2(t) \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1(t) + 6x_2(t)\end{aligned}$$

- b) Finn den spesielle løsningen av systemet i a) under startbetingelsene $x_1(0) = 10$ og $x_2(0) = -8$.
- c) På vedlegget ser du fire retningsfelt. Hvilket av disse svarer til systemet i a)? Begrunn svaret.

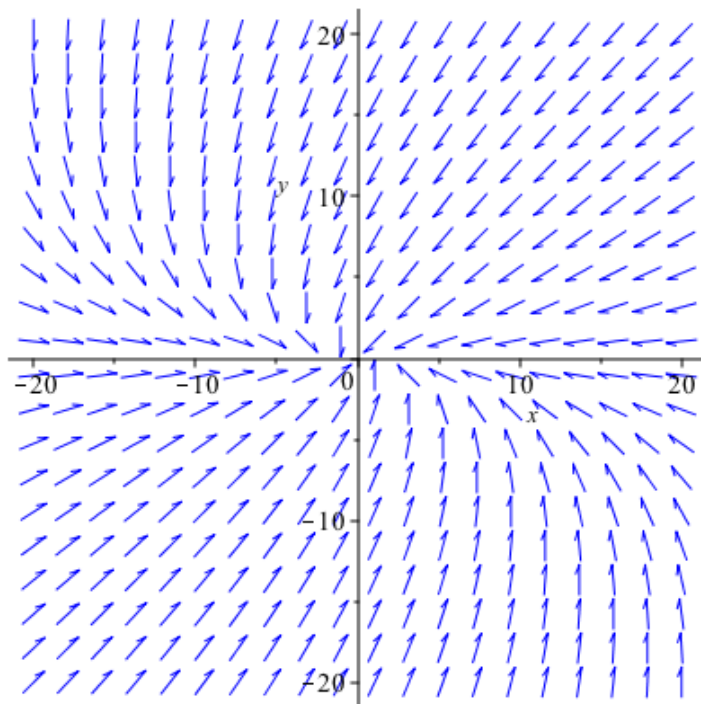
Skisser løsningskurven som svarer til løsningen i b) i det korrekte retningsfeltet sammen med egenvektorene til systemet. Skisser også løsningskurven som svarer til startbetingelsene $x_1(0) = 10$ og $x_2(0) = -2$.

Vedlegget med de inntegnede løsningskurvene og egenvektorene skal leveres inn som del av eksamensbesvarelsen.

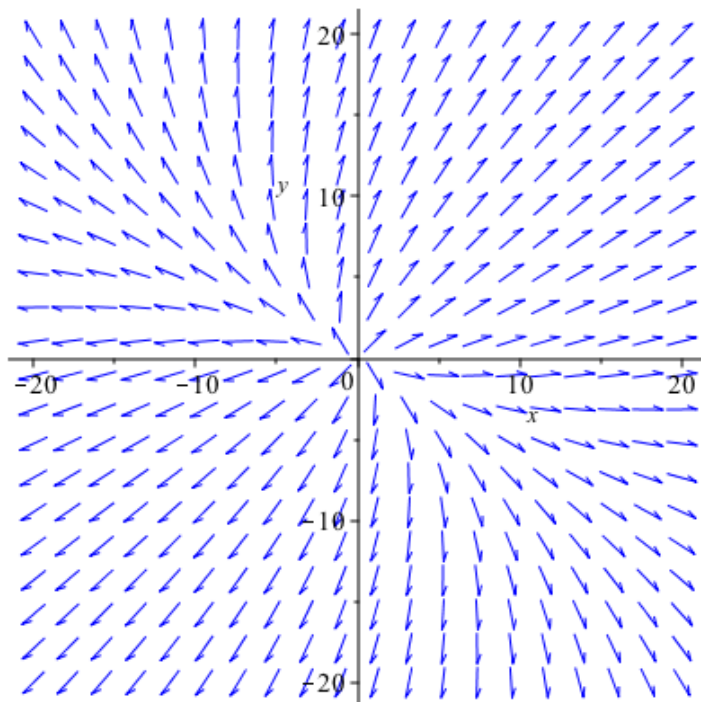
Kandidatnummer: _____

VEDLEGG MA0002 06.06.17 (to sider)

Dette arket skal leveres inn som del av eksamensbesvarelsen

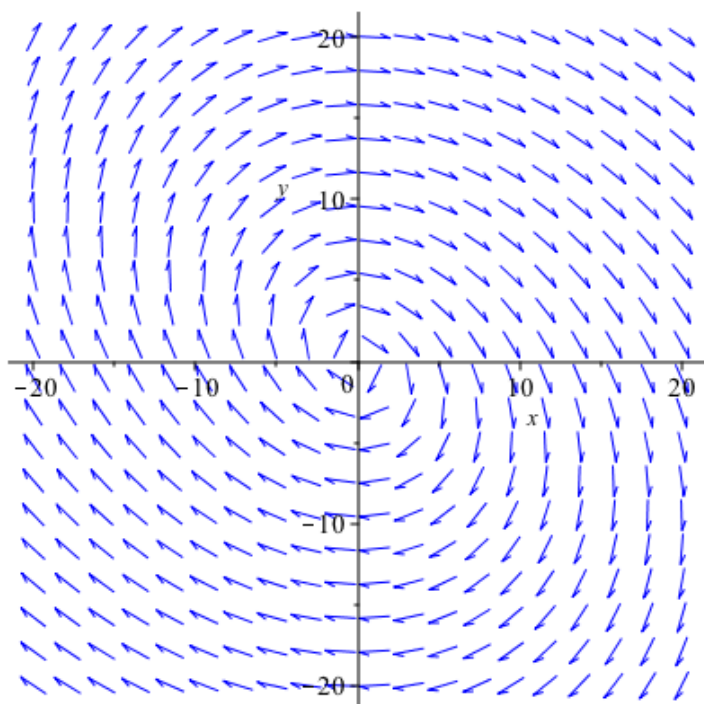


Retningsfelt 1

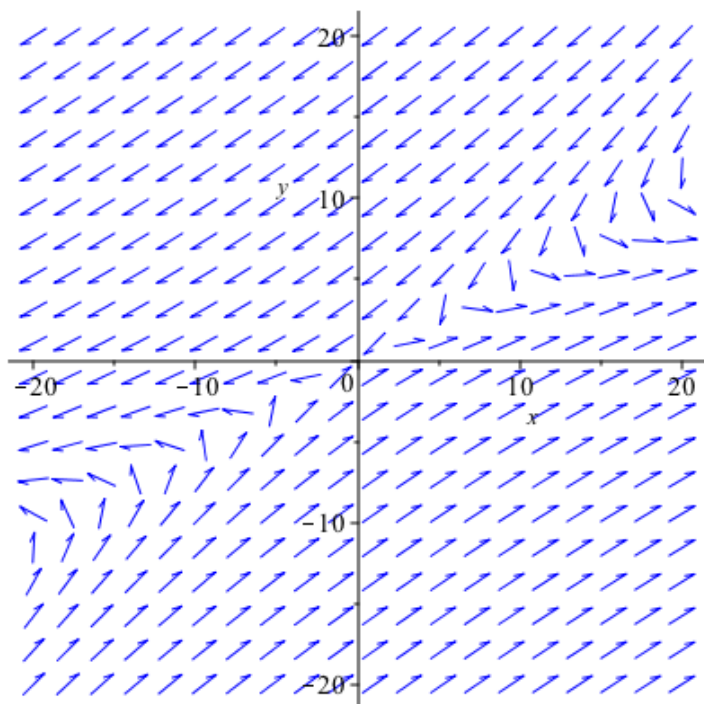


Retningsfelt 2

Kandidatnummer: _____



Retningsfelt 3



Retningsfelt 4