

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA0002 Brukerkurs i matematikk B**

Faglig kontakt under eksamen: Frode Rønning

Tlf: 95 21 81 38

Eksamensdato: XX. august 2017

Eksamenstid (fra–til): 09:00–13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: A: Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt.
Alle kalkulatorer tillatt.

Annen informasjon:

Alle svar må begrunnes.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 1

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig 2-sidig

sort/hvit farger

skal ha flervalgskjema

Dato

Sign

Oppgave 1

- a) Finn løsningen til differensiallikninga

$$\frac{dy}{dt} = 0,05(500 - y(t)) \quad (1)$$

når $y(0) = 150$. Vis alle utregningene som fører fram til løsningen.

- b) Finn eventuelle likevektsløsninger for (1), og avgjør om de er stabile eller ustabile. Finn så den løsningen av (1) som svarer til $y(0) = 700$. Skisser alle løsningene du har funnet (både i a) og b)) i et koordinatsystem, og forklar hva som skjer med de enkelte løsningene i det lange løp (dvs. når t går mot uendelig).
- c) Beskriv en situasjon som du mener kan modelleres ved hjelp av differensiallikninga (1) og startverdien $y(0) = 150$. Forklar hva de enkelte elementene i den matematiske modellen (altså differensiallikninga og startverdien) betyr i den situasjonen du beskriver.

Oppgave 2

Et isfjell flyter i vann. Overflata av isfjellet har tilnærmet form som flata $z = f(x, y)$, der $f(x, y)$ er gitt nedenfor.

$$f(x, y) = 4xy - x^2 - y^4 + 25.$$

Verdien til z angir høyden over havflata til punktet på isfjellet med koordinater (x, y) .

- a) Finn de kritiske punktene til f , og avgjør hva slags type de er. Hvor høyt over havflata ligger de høyeste punktene på isfjellet?
- b) En pingvin står på isfjellet, i punktet der $(x, y) = (-3, 1)$. Hvor høyt over havnivået står pingvinen? Bestem en vektor \vec{u} slik at den retningsderiverte til f i punktet $(x, y) = (-3, 1)$ og i retningen gitt ved \vec{u} er null.
- c) Pingvinen skal skli ned i vannet fra punktet der han står. Han ønsker å skli i den retningen der isfjellet er brattest akkurat i det punktet der han står, altså i $(x, y) = (-3, 1)$. Hvilken retning skal han velge?

d) På vedlegget ser du nivåkurver (konturkurver) for $f(x, y) = c$ for ulike verdier av c . På vedlegget, som skal leveres inn som del av besvarelsen, skal du markere tydelig følgende objekter:

- Hvor vannkanten går
- De kritiske punktene
- Det punktet pingvinen står i
- Retningen til vektoren \vec{u} (som du har funnet i b)) fra det punktet pingvinen står
- Retningen pingvinen velger å skli

Oppgave 3

a) Finn den generelle løsningen til systemet av differensiallikninger som er satt opp nedenfor.

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -3x_1(t) + 3x_2(t) \\ \frac{dx_2}{dt} &= 6x_1(t) + 4x_2(t)\end{aligned}$$

b) Finn den spesielle løsningen av systemet i a) under startbetingelsene $x_1(0) = -20$ og $x_2(0) = 15$. Skisser løsningskurven i et koordinatsystem.

c) La nå startbetingelsene være $x_1(0) = -20$ og $x_2(0) = k$, der k er et variabelt tall. Bestem en verdi av k som gjør at $\lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = 0$ og $\lim_{t \rightarrow \infty} x_2(t) = 0$.

Kandidatnummer: _____

VEDLEGG MA0002 XX.08.17

Dette arket skal leveres inn som del av eksamensbesvarelsen

