NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA0002 Brukerkurs i matematikk B**

Faglig kontakt under eksamen: Heidi Strømskag

Tlf: 98 44 18 39

Eksamensdato: 28. mai 2016

Eksamenstid (fra–til): 09:00–13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: A: Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Alle kalkulatorer tillatt.

Annen informasjon:
Alle svar må begrunnes.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

Oppgave 1

La A og B være to matriser

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ og } B = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ -1 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}.$$

a) Vis at $B = A^{-1}$.

b) Løs likningssystemet

$$\begin{aligned} 4x_1 + 2x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 &= 2 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 &= -6. \end{aligned}$$

Oppgave 2

Temperaturen i brusen på ei Colaflaske er 7,4 °C når den tas ut av kjøleskapet. Den blir stående urørt i et rom med konstant temperatur på 23 °C. Etter 15 minutter er temperaturen i brusen steget til 10 °C.

a) Bruk Newtons avkjølingslov og informasjonen over til å finne et uttrykk for temperaturen i brusen som en funksjon av tiden (fra den tas ut av kjøleskapet)—ved å sette opp og løse en differensiallikning med initialbetingelser. Skisser grafen til brusens temperaturfunksjon.

b) Beregn temperaturendringen per tidsenhet i tidspunktet 15 minutter etter at Colaen ble tatt ut av kjøleskapet. Angi svaret med benevning.

c) En undersøkelse har vist at 12 °C er en kritisk temperatur for smakskvaliteten på Cola. Hvor lang tid vil det ta (under forholdene beskrevet ovenfor) fra Colaen tas ut av kjøleskapet til den oppnår den kritiske temperaturen?

> **Newtons avkjølingslov** sier at dersom vi plasserer et objekt i et rom med konstant temperatur, så vil endringsraten til temperaturen i objektet være proporsjonal med differensen mellom temperaturen i objektet og temperaturen i rommet.

Oppgave 3

En populasjon består av tre årskull: 0-åringer, 1-åringer og 2-åringer. Populasjonen er slik at 0-åringene ikke får noen avkom, hver 1-åring får i gjennomsnitt 6 avkom per år, og hver 2-åring får i gjennomsnitt 12 avkom per år. Videre er det slik at overlevelsesraten for 0-åringene er lik $\frac{1}{2}$ og for 1-åringene er den lik $\frac{1}{3}$.

a) Sett opp en Lesliematrise som representerer opplysningene som er gitt ovenfor.

b) Finn fordelingen av individer i de tre årskullene etter to år når antall individer ved tiden $t = 0$ er lik $\mathbf{N}(0) = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 10 \end{pmatrix}$.

c) Vis at $\lambda = 2$ er en egenverdi til Lesliematrisen. Finn de andre egenverdiene, samt egenvektoren tilhørende $\lambda = 2$.

d) Forklar så presist som mulig—med begrunnelse i det du fant ut i (c)—hvordan det vil gå med denne populasjonen i det lange løp.

Oppgave 4

Betrakt funksjonen

$$f(x, y) = 2x - x^2 - y^2 + 3$$

på det lukkede og begrensede området

$$D = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 2 \text{ og} - 1 \leq y \leq 2\}.$$

a) Finn globale maksimums- og minimumspunkter for f på D.

b) Begrunn hvorfor $f(x, y)$ er deriverbar i punktet $(0, 1)$.

c) Finn den lineære approksimasjonen til $f(x, y)$ i $(0, 1)$, og bruk den til å finne en approksimasjon til $f(0.01, 0.95)$. Sammenlikn approksimasjonen med den eksakte verdien av $f(0.01, 0.95)$.