NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA0002 Brukerkurs i matematikk B**

Faglig kontakt under eksamen: Heidi Strømskag

Tlf: 98 44 18 39

Eksamensdato: 18. august 2016

Eksamenstid (fra–til): 09:00–13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: A: Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Alle kalkulatorer tillatt.

Annen informasjon:
Alle svar må begrunnes.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato Sign

Oppgave 1

Beregn de ubestemte integralene

a) $\displaystyle\int \frac{x^2+2}{x^3-x}dx$

b) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2+4x+5}dx$

Oppgave 2

En populasjon består av to årskull: 0-åringer og 1-åringer. Populasjonen er slik at hver 0-åring får i gjennomsnitt 2 avkom per år, og hver 1-åring får i gjennomsnitt 6 avkom per år. Overlevelsesraten for 0-åringene er lik $\frac{1}{2}$.

a) Sett opp en Lesliematrise som representerer opplysningene som er gitt ovenfor.

b) Finn fordelingen av individer i de to årskullene etter tre år når antall individer ved tiden $t = 0$ er lik $\mathbf{N}(0) = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \end{pmatrix}$.

c) Finn egenverdiene og egenvektorene til Lesliematrisen.

d) Forklar så presist som mulig—med begrunnelse i det du fant ut i (c)—hvordan det vil gå med denne populasjonen i det lange løp.

Oppgave 3

Kroppstemperaturen til en død person har blitt målt i to tidspunkter: kl. 12:40 var den 30 °C, og kl. 13:10 var den 28,7 °C. Temperaturen i rommet der den avdøde ligger er konstant lik 21 °C.

a) Bruk Newtons avkjølingslov (på neste side) og informasjonen ovenfor til å finne et uttrykk for kroppstemperaturen til den avdøde som en funksjon av tiden—ved å sette opp og løse en differensiallikning med initialbetingelser. Skisser grafen til temperaturfunksjonen.

b) Beregn dødstidspunktet når du antar at kroppstemperaturen da døden inntraff var 37 °C.

Newtons avkjølingslov sier at dersom vi plasserer et objekt i et rom med konstant temperatur, så vil endringsraten til temperaturen i objektet være proporsjonal med differensen mellom temperaturen i objektet og temperaturen i rommet.

Oppgave 4

Betrakt funksjonen

$$f(x, y) = x - y$$

på det lukkede og begrensede området

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

a) Finn globale maksimums- og minimumspunkter for f på D.

b) Beregn den retningsderiverte $D_{\mathbf{u}}f$ i punktet $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ i retningen av vektoren $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. I hvilken retning øker f mest i punktet $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$?

Oppgave 5

Finn løsningen av følgende system av differensiallikninger

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} &= x_1 + 6x_2 \\ \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} &= 5x_1 + 2x_2 \end{aligned}$$

under betingelsen $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 9 \\ -13 \end{pmatrix}$.