Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Martin Wanvik (98 60 79 22)

Eksamen i MA0002, Brukerkurs i matematikk B

Bokmål
29. mai 2013
Tid: 09:00-13:00

Tillatte hjelpemidler (kode A):
Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Alle kalkulatorer tillatt.

Oppgavesettet består av 10 (del)oppgaver, og hver oppgave teller like mye under fastsettelse av totalkarakter. **Alle svar skal begrunnes, og det skal være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.**
Sensurfrist: 19. juni.

Oppgave 1

a) Et plan i rommet har ligning

$$ax + by + cz + d = 0,$$

der a, b, c og d er tall. Planet går gjennom punktet $(1, 2, 1)$ og har normalvektor $\begin{bmatrix} 2, & 1, & 2 \end{bmatrix}'$. Finn a, b, c og d. Ligger punktet $(2, 4, -1)$ i planet?

La

$$f(x, y) = \sin(y^2 - x).$$

b) Regn ut gradienten ∇f til f. I hvilken retning vokser f raskest i punktet $(1, 1)$?

c) Skriv ned lineariseringen til f i punktet $(1, 1)$ og bruk dette til å finne en tilnærming til $f(1.1, 0.9)$.

Oppgave 2

a) La

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -6 \\ 2 & 0 & 7 \end{bmatrix} \qquad \text{og} \qquad B = \begin{bmatrix} 7 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Beregn produktene AB og BA. Hva forteller svarene deg om A og B?

b) Løs ligningssystemet

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & & & + & 3x_3 & = & 2 \\ -2x_1 & + & x_2 & - & 6x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & & & + & 7x_3 & = & -2 \end{array}$$

Oppgave 3 Finn

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{(x+1)(x-1)}$$

ved hjelp av delbrøkoppspalting.

Oppgave 4 Løs initialverdiproblemet

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = y\cos(x)$$

med $y(0) = 2$.

Oppgave 5 La

$$g(x, y) = \frac{1}{3}y^3 - xy + x.$$

Finn det globale (absolutte) maksimum og minimum til g på kvadratet begrenset av linjene $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$ og $y = 2$ (altså $0 \leq x \leq 2$ og $0 \leq y \leq 2$).

Oppgave 6 La

$$A = \begin{bmatrix} a & -5 \\ 4 & -6 \end{bmatrix},$$

der a er en konstant.

a) Anta at $a = 3$. Finn egenverdiene til A samt tilhørende egenvektorer. Løs initialverdiproblemet

$$\begin{bmatrix} dx_1/dt \\ dx_2/dt \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

med $x_1(0) = 1$ og $x_2(0) = 0$.

b) Anta nå at $a < 0$. Er likevektspunktet i origo stabilt eller ustabilt? (Hint: dersom λ_1, λ_2 er egenverdiene til A, er $\lambda_1\lambda_2 = \det(A)$ og $\lambda_1 + \lambda_2 = \mathrm{tr}(A)$).