



Anbefalte øvingsoppgaver fra boken:

9.3 : 53, 61, 64, 71, 75.

Det er bare oppgaven under som skal leveres inn, ikke oppgavene fra boken.

- 1 Leslie-matrisen (se side 459 i boka) for den årlige utviklingen av en populasjon er gitt ved

$$L = \begin{pmatrix} 1/4 & 5/4 & 1 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}$$

der antall individer i de tre årsklassene ved $t = 0$ er

$$\mathbf{n}(0) = \begin{pmatrix} 200 \\ 0 \\ 100 \end{pmatrix}.$$

Det endelige målet med denne oppgaven er å avgjøre om den samlede bestanden vil dø ut, konvergere mot et stabilt nivå eller vokse mot uendelig.

De følgende deloppgavene vil lede deg mot svaret:

- Forklar betydningen av hvert av de positive elementene i L og beregn $\mathbf{n}(1)$, dvs. finn ut hvor mange det er av hvert årstrinn om 1 år.
- Vis at populasjonen etter t år (t heltall) er gitt ved $\mathbf{n}(t) = L^t \mathbf{n}(0)$.
- Finn egenverdiene λ_1, λ_2 og λ_3 til L . (Hint: En av egenverdiene er et heltall)
- Finn egenvektorene $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ og \mathbf{u}_3 til L og skalér dem slik at alle komponentene er heltall.
- La a_1, a_2 og a_3 være tre tall og la $t \in \mathbb{N}$. Vis at

$$L^t(a_1 \mathbf{u}_1 + a_2 \mathbf{u}_2 + a_3 \mathbf{u}_3) = a_1 \lambda_1^t \mathbf{u}_1 + a_2 \lambda_2^t \mathbf{u}_2 + a_3 \lambda_3^t \mathbf{u}_3.$$

- Skriv $\mathbf{n}(0)$ som en **lineærkombinasjon** av egenvektorene til L . Dvs. finn 3 tall a_1, a_2 og a_3 slik at

$$\mathbf{n}(0) = a_1 \mathbf{u}_1 + a_2 \mathbf{u}_2 + a_3 \mathbf{u}_3.$$

- Avgjør om bestanden vil dø ut, konvergere mot et stabilt nivå eller vokse mot uendelig. Dvs. finn

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{n}(t).$$

9.3:53 Finn egenvektorer og egenverdier til matrisen

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

9.3:61 Finn egenverdiene til matrisen

$$A = \begin{pmatrix} a & c \\ 0 & b \end{pmatrix}.$$

9.3:64 La

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Avgjør om den reelle delen av begge egenverdiene er negativ uten å beregne dem.

9.3:71 La

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Beregn

$$A^{15} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

uten å bruke kalkulator.

9.3:75 Anta at

$$L = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0.3 & 0 \end{pmatrix}$$

er en Leslie-matrise for en populasjon med to årsklasser.

- a) Finn egenverdiene.
- b) Gi en biologisk forklaring på den største egenverdien.
- c) Finn den stabile aldersfordelingen. (med dette menes ikke at den totale bestanden nødvendigvis konvergerer, men at den prosentvise fordelingen av hver årsklasse i forhold til den totale bestanden konvergerer.)