Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

MA0002 Brukerkurs i matematikk B
Vår 2016

Øving 6

$\boxed{9.2{:}66}$ Bruk determinanten til å avgjøre om

$$D = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$$

er inverterbar. Beregn den inverse hvis den er inverterbar. I alle tilfeller løs ligningen

$$D\mathbf{x} = \mathbf{0}.$$

$\boxed{9.2{:}72}$ Se oppgaveteksten i boka. Denne oppgaven krever mye regning. Det er lov å bruke verktøy som f.eks matlab eller maple hvis du føler du behersker matrisemultiplikasjon og du synes at utregningene blir kjedelige.

$\boxed{9.3{:}2}$ La

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad \text{og} \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$

a) Vis ved en direkte utregning at $A(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = A\mathbf{x} + A\mathbf{y}$.

b) La $\alpha \in \mathbb{R}$. Vis ved en direkte utregning at $A(\alpha\mathbf{x}) = \alpha(A\mathbf{x})$.

$\boxed{9.3{:}6}$ Tegn vektoren $\mathbf{x} = (-1, -1)'$ i x, y-planet og finn vektorens polarkoordinater (Dvs. finn (r, θ) der r er vektorens lengde og θ er vinkelen vektoren danner med den positive x-aksen målt mot klokken.)

Kommentar:
Merk at $\arctan 1 = \pi/4 \neq 5\pi/4$. Dette er fordi arctan er definert som den inverse av tan med **domenet redusert til intervallet** $(-\pi/2,\ \pi/2)$. Altså vil vi alltid ha at $\arctan x \in (-\pi/2,\ \pi/2)$.

Når vi nå ønsker å finne en θ utenfor dette intervallet, benytter vi oss av at tan er **periodisk** med periode π. Altså, for alle vinkler θ og alle heltall k, er

$$\tan(\theta + k\pi) = \tan\theta.$$

Vi ønsker å løse den kombinerte ligningen og ulikheten

$$\tan\theta = 1, \qquad \pi < \theta < 3\pi/2.$$

Med $k = -1$ finner vi at

$$\tan(\theta - \pi) = \tan\theta = 1, \qquad 0 < \theta - \pi < \pi/2.$$

Altså er $\theta - \pi \in (-\pi/2,\ \pi/2)$, så når vi da tar den inverse på begge sider finner vi at

$$\theta - \pi = \arctan 1 = \pi/4.$$

Eller

$$\theta = \pi/4 + \pi = 5\pi/4.$$

$\boxed{\text{9.3:8}}$ Tegn vektoren $\mathbf{x} = (1, -\sqrt{3})'$ i x, y-planet og finn vektorens polarkoordinater (Dvs. finn (r, θ) der r er vektorens lengde og θ er vinkelen vektoren danner med den positive x-aksen målt mot klokken.)

$\boxed{\text{9.3:12}}$ Finn de kartesiske koordinatene $\mathbf{x} = (x, y)'$ til vektoren med polarkoordinater $(r, \theta) = (5, 240°)$

$\boxed{\text{9.3:46}}$ Bruk en rotasjonsmatrise for å rotere vektoren $\mathbf{x} = (1, -2)'$ $\pi/3$ radianer med klokken.