Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

**Øving 6**

Anbefalte øvingsoppgaver fra boken:

$$9.3 : 53, 61, 64, 71, 75.$$

Det vil bli lagt ut LF for alle oppgavene, men **det er bare oppgaven under som skal leveres inn.**

$\boxed{1}$ Leslie-matrisen (se side 459 i boka) for den årlige utviklingen av en populasjon er gitt ved

$$L = \begin{pmatrix} 1/4 & 5/4 & 1 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}$$

der antall individer i de tre årsklassene ved $t = 0$ er

$$\mathbf{n}(0) = \begin{pmatrix} 200 \\ 0 \\ 100 \end{pmatrix}.$$

Det endelige målet med denne oppgaven er å avgjøre om den samlede bestanden vil dø ut, konvergere mot et stabilt nivå eller vokse mot uendelig.

De følgende deloppgavene vil lede deg mot svaret:

**a)** Forklar betydningen av hvert av de positive elementene i $L$ og beregn $\mathbf{n}(1)$, dvs. finn ut hvor mange det er av hvert årstrinn om 1 år.

**b)** Vis at populasjonen etter $t$ år ($t$ heltall) er gitt ved $\mathbf{n}(t) = L^t\mathbf{n}(0)$.

**c)** Finn egenverdiene $\lambda_1, \lambda_2$ og $\lambda_3$ til $L$. (Hint: En av egenverdiene er et heltall)

**d)** Finn egenvektorene $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ og $\mathbf{u}_3$ til $L$ og skalér dem slik at alle komponentene er heltall.

**e)** La $a_1, a_2$ og $a_3$ være tre tall og la $t \in \mathbb{N}$. Vis at

$$L^t(a_1\mathbf{u}_1 + a_2\mathbf{u}_2 + a_3\mathbf{u}_3) = a_1\lambda_1^t\mathbf{u}_1 + a_2\lambda_2^t\mathbf{u}_2 + a_3\lambda_1^t\mathbf{u}_3.$$

**f)** Skriv $\mathbf{n}(0)$ som en **lineærkombinasjon** av egenvektorene til $L$. Dvs. finn 3 tall $a_1, a_2$ og $a_3$ slik at

$$\mathbf{n}(0) = a_1\mathbf{u}_1 + a_2\mathbf{u}_2 + a_3\mathbf{u}_3.$$

**g)** Avgjør om bestanden vil dø ut, konvergere mot et stabilt nivå eller vokse mot uendelig. Dvs. finn

$$\lim_{t\to\infty} \mathbf{n}(t).$$