Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

MA0002 Brukerkurs i matematikk B
Vår 2014

Øving 11

Oppgaver fra boken:

$$10.1: \mathbf{4}, \mathbf{9}, 10, \mathbf{20}, \mathbf{25}, 29, \mathbf{35}, \mathbf{67}$$

Det er oppgavene i **boldface** som skal leveres inn:

$\boxed{11.1{:}4}$ Skriv systemet av differensialligninger på matrise-form.

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} &= 2y - 3x - z\\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} &= -x + y\\ \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} &= 5x + z\end{aligned}$$

$\boxed{11.1{:}9}$ Hver figur er retningsfeltet til nøyaktig ett av de følgende systemene. Finn hvilket retningsfelt som tilhører hvilket system.

a)

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} &= 2x\\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} &= x + y\end{aligned}$$

b)

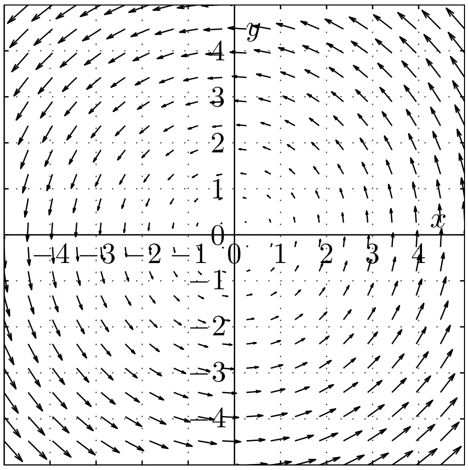
$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} &= x + 2y\\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} &= -2x\end{aligned}$$

c)

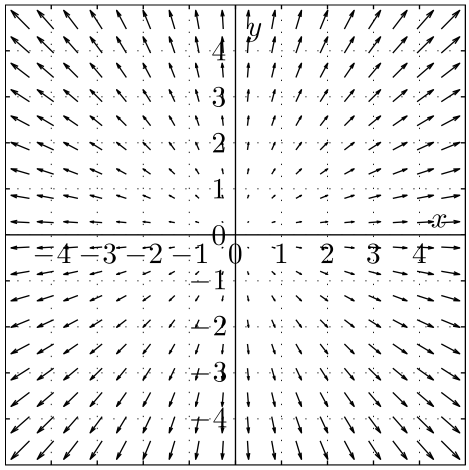
$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} &= x\\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} &= y\end{aligned}$$

d)

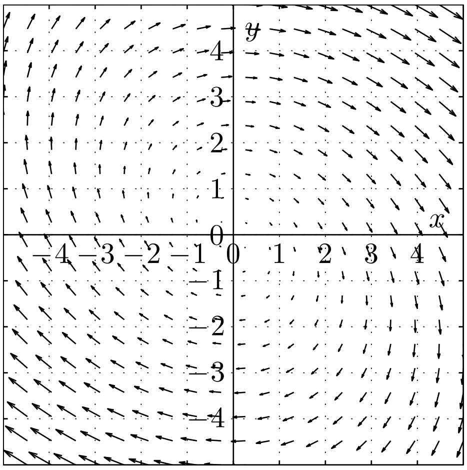
$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} &= -y\\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} &= x\end{aligned}$$



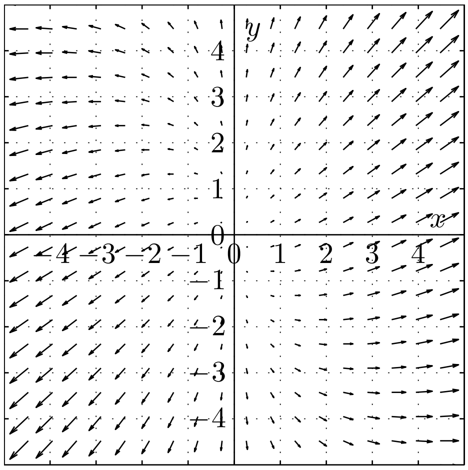
(a) fig. 18



(b) fig. 19



(c) fig. 20



(d) fig. 21

Figur 1: Retningsfelt til oppgave 11.1:9

$\boxed{\text{11.1:10}}$ Figur 2 er retningsfeltet til

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = x + 3y$$
$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2x + 3y.$$

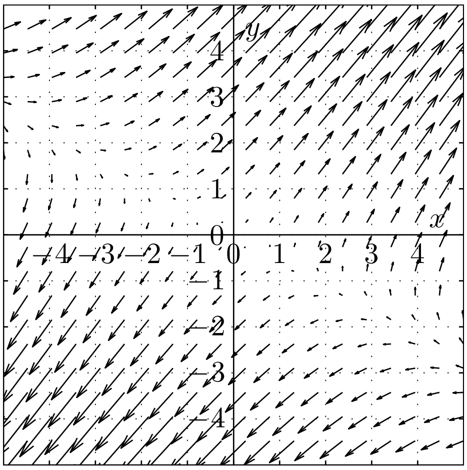
Tegn løsningskurven som går gjennom $\mathbf{x}_0 = (1, 0)^T$.

$\boxed{\text{11.1:20}}$ Løs initsialverdiproblemet (IVP):

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{x} \qquad \mathbf{x}(0) = (2, -1)^T.$$

$\boxed{\text{11.1:25}}$ Løs initsialverdiproblemet (IVP):

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x} \qquad \mathbf{x}(0) = (-1, -2)^T.$$



Figur 2: Retningsfelt til oppgave 11.1:10

$\boxed{11.1{:}29}$ Klassifiser likevektspunktet $\hat{\mathbf{x}} = (0,0)^T$ til systemet

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{x}.$$

$\boxed{11.1{:}35}$ Klassifiser likevektspunktet $\hat{\mathbf{x}} = (0,0)^T$ til systemet

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \mathbf{x}.$$

$\boxed{11.1{:}67}$ Det følgende systemet har to forskjellige egenverdier, men en egenverdi er 0.

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Finn egenverdiene og egenvektorene

b) Finn den generelle løsningen $\mathbf{x}(t) = (x(t), y(t))^T$.

c) Tegn linjene tillhørende til egenvektorene i retningsfeltet til systemet. Finn $\mathrm{d}y/\,\mathrm{d}x$ og konkludér at alle retningsvektorer er parallelle til linjen som tilhører egenvektoren med den tillhørende egenverdien som ikke er 0. Beskriv hvordan løsninger som starter i forskjellige punkt vil oppføre seg.