



Fagleg kontakt under eksamen:
Alexander Lundervold (95931335)

Eksamen i Brukerkurs i matematikk B (MA0002)

Måndag 21. mai 2012

Tid: 09:00 – 13:00

Sensur 10. juni 2012

Hjelpemiddel: Kalkulator og alle trykte og håndskrevne hjelpemiddel tillate.

Kvar av dei fem oppgåvene teljar likt (20%).

Svara skal grunngjevast. Vis mellomrekning eller henvis til teori.

Oppgåve 1

a) Løys initialverdiproblemet

$$\frac{dy}{dx} = x^2 y^2$$

med initialvilkåret $y(0) = 1$.

Ifølgje Newtons avkjølingslov vil temperaturen $y(t)$ til eit objekt endre seg med ein rate som er proposjonal med differansen mellom objektets temperatur og temperaturen T til omgivnadene. Det vil si at

$$\frac{dy}{dt} = k(y - T),$$

der k er ein konstant.

- b) Eit rom holder ein konstant temperatur på 20 grader. Ved tida $t = 0$ plasseres ein kopp kaffi med ein temperatur på 90 grader i rommet. Etter 2 minuttar er kaffitemperaturen 80 grader. Kor mange minuttar tar det før temperaturen blir 65 grader?
(Hint: kaffitemperaturen etter 2 minuttar kan brukast til å fastsetje konstanten k .)

Oppgåve 2 La B og C vere matrisene

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

- a) Rekn ut produktet BC .
- b) Finn eigenverdiane og eigenvektorane **til matrisen B**
- c) La $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$. Rekn ut $B^5\mathbf{x}$.

Oppgåve 3 La A vere matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

- a) Rekn ut determinanten $\det(A)$ til A .
- b) Finn inversen A^{-1} til A .
- c) Løys likningssystemet

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 1 \\ x + z &= 1 \\ 3x + 2z &= 1. \end{aligned}$$

Oppgåve 4 La

$$f(x, y) = xe^{y^2-x}$$

- a) Finn gradienten ∇f til f .

- b) Rekn ut den retningsderiverte til f i punktet $(4, 2)$ i retning av vektoren $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$. I kva for ei retning frå punktet $(4, 2)$ veks f raskest?
- c) Finn alle dei kritiske punkta til f , og avgjer om dei er lokale maksimum, lokale minimum eller sadelpunkt til f .
- d) Finn dei globale (eller *absolutte*) maksimum og minimum til f på området gjeve ved

$$x^2 + y^2 \leq 4.$$

Oppgåve 5

- a) Finn løysinga på systemet av differensiallikningar

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x - 2y \\ \frac{dy}{dt} &= 3x - 4y \end{aligned}$$

med initialvilkåret $x(0) = 3$, $y(0) = 4$

- b) Er ekvilibrumpunktet (også kalt *likevektspunktet*) $(0, 0)$ til systemet stabilt eller ustabil? Kva skjer med systemets løysingar når t går mot ∞ ?