



Faglig kontakt under eksamen:
Achenef Tesfahun (90 84 97 05)

EKSAMEN I MA0002 Brukerkurs B i matematikk

Onsdag 01. juni 2011

Tid: 15:00 – 19:00

Sensur 21. juni 2011

Hjelpemidler: A
Alle trykte og skrevne, samt kalkulator

Alle svar skal begrunnes!
Vis mellomregning eller henvis til teori.

Oppgave 1

- a) (5%) Finn likevektspunktene til differensialligningen

$$\frac{dy}{dt} = y^2 - 2y - 3,$$

og avgjør om de er stabile eller ustabile.

- b) (10%) Løs initialverdi problemet

$$\frac{dy}{dt} + 3t^2y = t^2,$$

med initialbetingelse $y(0) = 1$.

Oppgave 2 Matrisen A er gitt ved

$$A = \begin{bmatrix} d & 2 & d-1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

der d er et reelt tall.

- a) (5%) Finn determinanten til A uttrykt ved d .
- b) (10%) Gi en begrunnelse for at A har en invers matrise når $d = 1$. Finn den inverse matrisen når $d = 1$. Vis utregningene.
- c) (5%) Løs ligningssystemet

$$\begin{aligned} x + 2y &= 9 \\ -x + y + z &= 3 \\ x + 2y + 3z &= 9. \end{aligned}$$

Oppgave 3 Gitt matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3/2 \\ 1/2 & 0 \end{bmatrix}.$$

- a) (10%) Finn egenverdiene og egenvektorene til A .

Matrisen A er en Leslie-matrise for en fuglebestand som består av to alderskategorier: ungfugler og voksne fugler. Første gang vi teller så finner vi at det er 100 ungfugler og 100 voksne fugler.

- b) (5%) Hva blir forholdet mellom antall ungfugler og antall voksne fugler i det lange løp? Hva er bestandens relative vekstrate i det lange løp?

Oppgave 4 Vi ser på funksjonen $f(x, y) = x^2 + y^2 + x - y$.

- a) (10%) Finn gradienten til f . Beregn den retningsderiverte av f i punktet $(1, 0)$ i retningen $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.
- b) (5%) Finn tangentplanet til f i punktet $(1, 0, 2)$.

- c) (5%) Finn og klassifiser de kritiske punktene til f på sirkelskiven $\{(x, y) : x^2 + y^2 < 4\}$.
- d) (10%) Finn absolutte maksimum og minimum for f på sirkelskiven $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$.

Oppgave 5

- a) (10%) Finn den generelle løsningen av det homogene differensialligningssystemet

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 2x + 3y \\ \frac{dy}{dt} &= -x - 2y\end{aligned}$$

- b) (5%) Finn likevektspunktet til det inhomogene systemet

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 2x + 3y - 2 \\ \frac{dy}{dt} &= -x - 2y + 1\end{aligned}$$

- c) (5%) Løs differensialligningene i punkt **b)** under initialbetingelsene $x(0) = 1$, $y(0) = -1$.